Wolters-Noordhoff

Organaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Vakblad voor de wiskundeleraar

Euclides

1

jaargang 66 1990 | 1991 september

● Euclides ● ● ● ●

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 9 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr. J. van Lint, Spiekerbrink 25, 8034 RA Zwolle, tel. 038-53 99 85.
Secretaris Drs J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Penningmeester en ledenadministratie F. F. J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-65 32 18. Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt ƒ55,– per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. ƒ37,50; contributie zonder Euclides ƒ30,–. Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de penningmeester. Opzeggingen vóór 1 juli.

Inlichtingen over en opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan F. M. W. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland. Giro: 1609994 t.n.v. NVvW leesportefeuille te Maasland.

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs M. C. van Hoorn, Noordersingel 12, 9901 BP Appingedam. Zij dienen machinaal geschreven te zijn en bij voorkeur te voldoen aan:

- ruime marge
- regelafstand van 2
- 48 regels per kolom
- maximaal 47 aanslagen per regel
- liefst voorzien van (genummerde) illustraties
- die gescheiden zijn van de tekst
- aangeleverd in zo origineel mogelijke vorm
- waar nodig voorzien van bijschriften

De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 5 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Abonnementen niet-leden

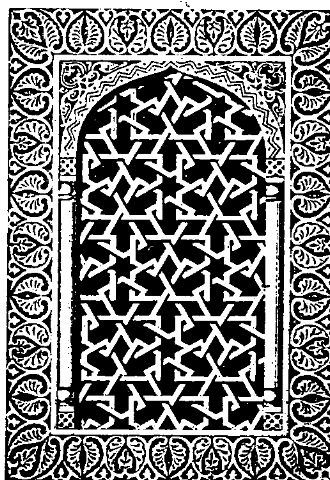
Abonnementsprijs voor niet-leden ƒ58,00. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement ƒ37,00. Niet-leden kunnen zich abonneren bij: Wolters-Noordhoff bv, afd. Verkoopadministratie, Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-22 68 86. Giro: 1308949.
Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.
Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.
Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.
Losse nummers ƒ9,50 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties

Advertenties zenden aan:
Intermedia bv, Postbus 371, 2400 AJ Alphen a/d Rijn.
Tel. 01720-6 63 79. Telefaxnr. 01720-9 32 70.

ISSN 01.65-0394

Inhoud



'Ingevroren wiskunde'?

▶ Bij het begin van de 66e jaargang

Geen pensioen

Al is voor Euclides het 66e levensjaar aangebroken, stil zitten is er niet bij.
De ontwikkelingen in de onderbouw naderen inmiddels een moment waarop beslissingen moeten vallen. De informatie is tot dusverre mondjesmaat geweest, vooral doordat de ontwikkelaars erg terughoudend waren. Aan de informatie over de onderbouw-ontwikkelingen zullen we beslist iets doen.

Werkbladen

Op de Werkbladen zullen we dit jaar opgaven vanuit het team W 12-16 publiceren. In de vorige jaargang hebben we dat éénmaal gedaan, en dat is ons goed bevallen.
Leden van het team W 12-16 zullen ons de werkbladen leveren. Op de eraan voorafgaande bladzijde schrijven zij een toelichting, hùn toelichting uiteraard. We hopen op deze manier oordeelsvorming beter mogelijk te maken.

Actualiteit

In de rubriek Actualiteit zullen we maandelijks onderbouw-ontwikkelingen, of bijvoorbeeld Hawex-ontwikkelingen, onder de loep nemen. Reeds in dit eerste nummer staat een artikel over de onderbouw-ontwikkelingen.

Vooruitblikken

In deze jaargang zullen we starten met een serie over de rol van de wiskunde in enkele toepassingsgebieden. Ook zullen we aandacht geven aan de ontwikkelingen binnen de wiskunde zelf.
We proberen hiermee zicht te geven op zaken als:
- waar gaat het met de wiskunde naar toe?
- wat gaan onze leerlingen later mogelijkerwijze nog aan wiskunde doen?

Dat we daarbij eerst naar universitaire ontwikkelingen kijken, betekent uiteraard niet dat andere toepassingen minder belangrijk zijn voor onze leerlingen, en dus, voor ons.
We proberen echter vooral een idee te geven van waar 'het heen gaat', en we zullen ook zeker de ontwikkelingen met betrekking tot de wiskunde in het voortgezet onderwijs en hoger beroepsonderwijs niet vergeten. Dit kunnen we doen in aansluiting op de serie over de zakrekenmachine, die in deze jaargang nog even doorgaat.

Achteruitblikken

In de vorige jaargang brachten we de rubriek Postzegels, waarmee we een reisje door de geschiedenis van de wiskunde maakten. Omdat geschiedenis leerzaam kan zijn, blijven we het verleden aandacht schenken. Te beginnen in deze jaargang verschijnt de rubriek '40 jaar geleden', waarin korte stukjes uit Euclides en opgaven uit het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde van 40 jaar geleden beurtelings zullen zijn opgenomen.
We hopen hiermee tegelijk onze nostalgisch ingestelde lezers een plezier te doen.

En overigens

En overigens blijft alles bij het oude.
Wat dus beslist óók blijft is onze wens bijdragen

van u, beste lezer, te ontvangen!
't Mag echt overal over gaan, als er maar een raakvlak is met het wiskundeonderwijs.

Redactie

Het afgelopen jaar beëindigde Gerben Bulthuis zijn redactionele werk. We zeggen hem dank voor datgene wat hij voor Euclides heeft gedaan.
Na de zomer starten we als redactie in dezelfde samenstelling als voor de zomer. Op termijn is versterking van het redactie-team zeker nodig. Wie belangstelling heeft voor het meedoen in de redactie van Euclides, roepen we gaarne op contact op te nemen met de voorzitter van de redactie (A.B. Oosten, Elzenlaan 34, 9321 GN Peize, 05908-32203). We stellen het evenzeer op prijs geattendeerd te worden op mogelijke belangstellenden.
We hopen op voortzetting van de goede samenwerking met het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren, en met de uitgever.
Tenslotte wensen we onze lezers een goed schooljaar 1990-1991!

De redactie

Mededeling

ICME-7

Het zevende 'International Congress on Mathematical Education' (ICME-7) zal gehouden worden van 16 tot 23 augustus 1992 in Québec, Canada.
Er zal een gevarieerd programma aangeboden worden met aandacht voor alle belangrijke aspecten van wiskundeonderwijs, zowel op het niveau van het basisonderwijs als op de niveaus van voortgezet en hoger onderwijs.
Voor nadere informatie – in de vorm van een tweede aankondiging van het congres, die in 1991 zal verschijnen – kunt u schrijven naar:
Congrès ICME-7 Congress, Université Laval, Québec QC, Canada, G1K 7P4.

● 40 jaar geleden ● ●

Eenwaardig of meerwaardig?

In Euclides 4, 97 stelde Wijdenes de vraag '*Eenwaardig of meerwaardig*?' aan de orde. Het was nl. in die dagen nog niet algemeen gebruikelijk om 9 als wortel van $x + \sqrt{x} = 6$ te verwerpen. W. bepleitte, dat door beginnelingen de wortel verworpen moet worden, maar door gevorderden niet. Hij stuurde echter zijn artikel eerst naar de hoogleraren Wolff en Schuh, die er een naschrift bij schreven: beide hoogleraren wilden bij het rekenen met reële getallen aan het wortelteken alleen positieve waarde toekennen. Werkt men met complexe getallen, dan kan de zaak anders komen te liggen. In Euclides 4, 179 vond Dr D. P. A. Verrijp, dat men consequent moet zijn en ook bij complexe α aan $\sqrt{\alpha}$ slechts één waarde moet toekennen, en wel die met het kleinste positieve argument. Daarna deed Dr P. de Vaere in Euclides 4, 216 het voorstel, om, ook voor complexe α, onder $\sqrt{\alpha}$ steeds die waarde te verstaan, waarvoor $-\frac{1}{2}\pi < \arg. \sqrt{\alpha} \leqq \frac{1}{2}\pi$ geldt. Dit laatste is inderdaad in overeenstemming met allerlei publicaties, o.a. van E. Hecke, E. Landau, H. D. Kloosterman, enz. Intussen is de zaak voor de school wel beslist: tegenwoordig is 9 geen wortel van $x + \sqrt{x} = 6$ en $\sqrt{(-3)^2}$ is niet -3.

Artikel Dr. H. Streefkerk, hoofdredacteur van Euclides, over Dr. P. Wijdenes, die zich terugtrok als lid van de redactie, nadat hij dat vanaf het begin was geweest.
Uit: Euclides, jaargang 26, nummer 1, september 1950.

▶ Acceptatie?

M.C. van Hoorn

De COW

Sinds 1987 werkt de COW aan de onderbouwwiskunde. Onder de vlag van de COW is het team W 12-16 bezig met ontwikkelwerk. In 1992 moet er een advies bij de Staatssecretaris liggen voor een nieuw leerplan voor de onderbouw, van lbo tot en met vwo. De plannen voor de Basisvorming moeten er in zijn geïntegreerd.
Over de eindtermen voor de Basisvorming is, in het voorjaar van 1989, 'het veld' gehoord. De vraag is, of er toen echte beleidsalternatieven zijn voorgelegd. Anne van Streun (Zie Euclides 65-7, april 1990) meent van niet.

Beleid

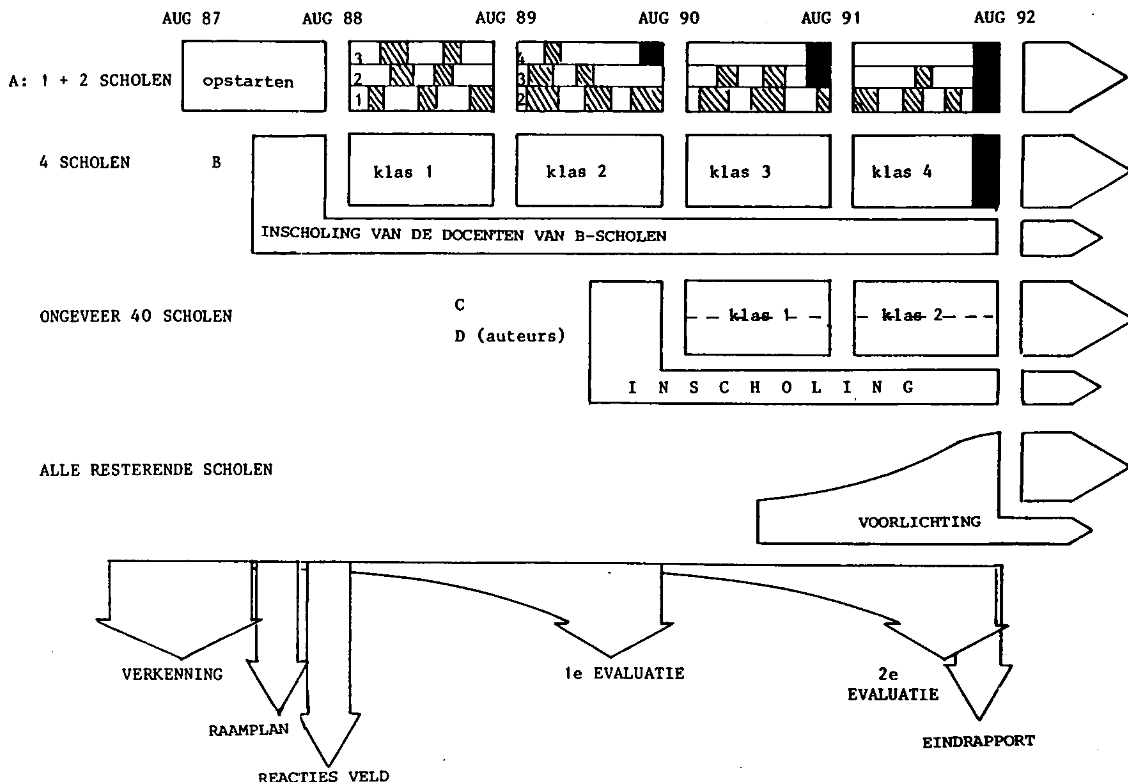
Docenten moeten natuurlijk hun mening kunnen geven over het door de COW gevoerde beleid. Buiten kijf staat, dat zulks ook beoogd werd. We citeren de laatste zin uit Kolom W 12-16 nr. 1 (zie Euclides 63-9, juli 1988): *"Betrokkennen in het wiskundeonderwijs dienen daarbij een grotere rol te krijgen dan die van toeschouwers langs de kant van de weg."*
Tot dusverre is dat niet het geval geweest. Op drie Valo-conferenties is wat materiaal gepresenteerd, en dat is ook één keer gebeurd op een studiedag van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.
We schrijven inmiddels 1990. Dit najaar wordt de zaak grootscheepser aangepakt. Er komen 2 keer 10 regionale bijeenkomsten, waarvoor de docenten opgeroepen worden door middel van een zgn. Wiskrant-special. In dit nummer van Euclides staat uiteraard ook een uitnodiging.
De vraag is, welk doel de aanstaande regionale bijeenkomsten dienen. Wie de COW-stukken leest, met name de notitie "Operatie Acceptatie", kan gaan vermoeden dat de bijeenkomsten vooral dienen om de plannen van de COW geaccepteerd te doen raken.

Raamplan

Al meer dan een jaar geleden circuleerde binnen de COW een Raamplan. Het is nimmer verspreid. 'Het veld' heeft zich er niet over kunnen uitspreken. Het zou aardig zijn als COW op de aanstaande bijeenkomsten echte beleidsalternatieven ging voorleggen. Het begint er immers op te lijken, dat er veranderingen in de maak zijn die beslist grondige bezinning behoeven.
Wat te denken van een halvering van de algebra? Mag dat? Mogen de kwadratische functies, het ontbinden in factoren, de merkwaardige produkten en ook de sinus- en cosinusregel uit de onderbouw verdwijnen? Kan dat zomaar?

Werkplan

De bijgaande illustratie stond eerder in Euclides, namelijk in nummer 1 van jaargang 63 (september 1987). Onderaan de tekening staat zoiets als een werkplan voor een inspraakprocedure. Wat is daarvan eigenlijk terecht gekomen, tot nu toe? Niet alles, dat is wel zeker.
Het schema behelst voornamelijk de inschakeling van proefscholen. Inmiddels zijn er twee A-scholen (de R.K. Radboud-mavo te Oldenzaal en de Geref. S.G. Greijdanus – met lbo tot en met vwo – te Zwolle), en twee B-scholen (de Chr. S.G. Revius – met lbo tot en met vwo – te Deventer en de R.K. S.G. Lunetten – met lbo en mavo – te Utrecht). Dit is niet bepaald een doorsnede van het bestand van



alle 1700 scholen met een eerste fase.
Aan de allochtonenproblematiek moet men nog beginnen. Categoraal lbo noch categoraal gymnasium komt in de lijst voor. De spreiding naar denominatie is nog lang niet voor elkaar. Een evenwichtige geografische spreiding ontbreekt. Enzovoort.
En wie een beetje ingevoerd is in 'het wereldje' weet dat op 2 à 3 van de genoemde scholen de term "medeplichtigheid" best eens van toepassing zou kunnen zijn (zie Anne van Streun, Euclides 65-7).
Destijds, in 1987, werd beoogd in 1990 te starten met zo'n 40 C- en D-scholen. Dàt zijn er uiteindelijk 6 geworden, die bovendien niet onder de COW ressorteren, maar onder de Landelijke Pedagogische Centra.
Dus is er nog steeds alleen maar een heel smal experiment, op een zeer klein aantal scholen, die de totaliteit absoluut niet representeren. Natuurlijk zijn de bedoelingen goed en wordt er hard gewerkt. Maar alleen daarmee slaagt men niet!

Over het programma

Uiteindelijk gaat het om een nieuw leerplan. Vanzelfsprekend moet elk programma zo goed mogelijk voldoen aan de eisen des tijds.
In het ontwikkelwerk van het team W 12-16 is de algebra-lijn er tot nu toe bekaaid afgekomen. Programma-*vernieuwing* leek 't best haalbaar door *nieuwe* leerstof te introduceren.

Aldus is er, dit even terzijde, inmiddels een lijn "Informatie & Modellen" opgezet, die een zesde deel van het gehele leerplan moet gaan omvatten. Het merkwaardige is, dat in het zojuist vastgestelde havo A-programma ten dele hetzelfde zit als in de

thans opgestelde Informatie & Modellen-lijn voor de onderbouw.
In de Nieuwe Wiskrant (jaargang 89-90, nr. 3, verschenen eind mei 1990) 'bewijzen' de opstellers van de Informatie & Modellen-lijn dat kinderen vanaf 12 jaar best met Informatie en Modellen kunnen werken.
Dat is aardig van ze. Maar het is niet waar het om gaat. Belangrijker is het antwoord op de vraag, òf kinderen vanaf 12 jaar met Informatie & Modellen gaan werken. De literatuur bevat veel meer 'bewijzen' van wat kinderen aan kunnen. Twintig jaar geleden 'bewees' Davydov dat kinderen vanaf 10 jaar al wel algebra aan kunnen. Waarom doen we dat dan niet?

Nog even verder over de algebra. Leerlingen die naar het vwo, het havo, diverse soorten mbo, willen, moeten aldaar in de tweede fase heel wat aan algebra en analyse doen. Is het niet een vreselijke misvatting te menen dat al die leerlingen zich in korte tijd de benodigde algebra wel even eigen kunnen maken?
Wordt er met betrekking tot de algebra dezelfde fout gemaakt als voorheen met betrekking tot het rekenen? Natuurlijk behoefde het rekenen inhoudelijke bijstelling, die er komen kon dank zij 20 jaar ontwikkelwerk. Ontwikkelwerk, dat wil zeggen: door schade en schande word je wijs. Dàt moet voor de algebra nog beginnen! Het tijdenlang niet doorgronden van de rekenproblematiek heeft onder meer tot gevolg gehad, dat (zelfs) in het nieuwe havo A-programma plaats werd ingeruimd voor voortgezet rekenen. Krijgen we straks op de hts programma's voor het ontbinden in factoren?

Discussie!

Dit verhaal is sterk gebaseerd op COW-stukken. In juni circuleerde een (voorlopig) concept-examenprogramma. Het is te omvangrijk om in Euclides af te drukken.
Als je zo'n verhaal op je bureau krijgt, is een leeswijzer handig. Die is echter door de COW niet bijgevoegd. Van groot belang is het te weten welke dingen 'men' wil wijzigen, en waarom 'men' dat wil:
– wat verdwijnt er uit de algebra-programma's, en waarom?
– wat komt er bij, en waarom?
– vindt de COW dat het (thans nieuwe) havo A-leerplan niet deugt? (dit gelet op de overlapping met het concept-programma);
– is de overlapping met het havo A-programma al ergens geregistreerd?
– zijn, in het bijzonder, het steel-blad-diagram en de boxplot ineens zò belangrijk dat ook onderbouw-leerlingen ervan moeten weten? (en dat terwijl voor de boxplot gewerkt moet worden met kwartielen, door leerlingen van wie we slechts kunnen hopen dat ze het belang van de mediaan onderkennen);
– wil 'men' uitleggen waarom nergens iets gedaan wordt aan het ontbinden in factoren?

Zo kunnen we doorgaan. Hopelijk is er gelegenheid voor een goede discussie!

Mededeling

Op *zaterdag 6 oktober 1990* organiseren de werkgroep **'Vrouwen en Wiskunde'** en de werkgroep **'Vrouwen en Natuurwetenschappen'** een gezamenlijke *landelijke dag*.
Tijd en plaats: van 10.00 uur tot 16.00 uur in het CBS-gebouw, Kromme Nieuwegracht 39, Utrecht.

Op deze dag staat de volgende vraag centraal: Welke factoren beïnvloeden de keuze van meisjes voor exacte vakken?
Hetty Dekkers doet verslag van haar onderzoek naar scholen waar veel of juist weinig exacte vakken gekozen worden.
Marieke Sanders, conrectrix van het Coornhertlyceum in Haarlem, houdt een lezing over een experiment op haar school met betrekking tot de keuze van meisjes voor exacte vakken.
Verder zal er deze dag zowel plenair als in groepen gesproken worden over mogelijkheden om zelf een positieve bijdrage te leveren aan de keuzeprocessen van meisjes.
Iedereen die geïnteresseerd is in deze onderwerpen is welkom. Aanmelding vóór 28 september.

Voor informatie en aanmelding kunt u op dinsdag, woensdag en vrijdag bellen met het informatiecentrum van Vrouwen en Wiskunde, Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht, tel. 030-61 28 06.

▶ Mavo-examen 1990

Truus Dekker

Het examen is inmiddels achter de rug. Mijn leerlingen hebben het goed gedaan dit jaar, de vier kandidaten die examen C-niveau deden haalden gemiddeld een acht (en hadden dus helemaal geen C-examen moeten doen!) en de veertien leerlingen die het D-examen deden haalden daarvoor gemiddeld een zeven. Prima resultaten dus, ik zou tevreden moeten zijn.
Toch houd ik altijd een vervelend gevoel na zo'n examen als ik het werk van mijn leerlingen heb gezien. Ze halen dan wel een voldoende, maar is wat ze tijdens het examen laten zien echt meer dan het vertonen van de kunstjes die ik ze heb aangeleerd?
Ik wil u laten zien wat ik bedoel aan de hand van het werk van Irene. Zij was dit jaar zeker niet mijn beste leerling maar wel van goede wil en ze heeft hard gewerkt voor het examen. Na het schoolonderzoek had ze gemiddeld 5,5. Ze wil straks naar de havo, dus zou ze in ieder geval D-niveau proberen, je kunt immers altijd herexamen doen op een lager niveau als het mis mocht gaan. De besproken opgaven komen uit het D-examen. De methode van Irene heb ik ook bij diverse andere leerlingen gezien, haar uitwerking was echter het duidelijkst.

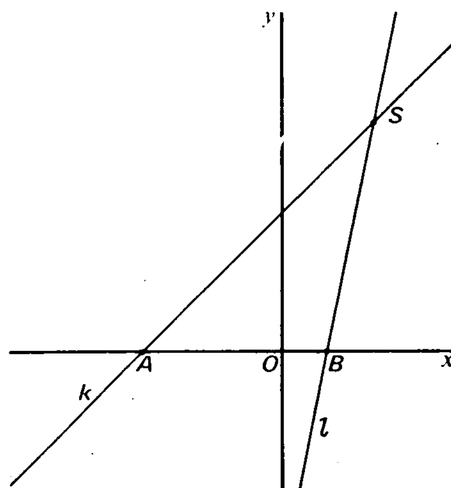
Vraag 27 gaat helemaal goed, alle berekeningen netjes genoteerd en tenslotte het antwoord: snijpunt = $(1\frac{3}{4}, 4\frac{3}{4})$.
Dan vraag 28.
Eerst maakt Irene een nieuwe tekening, compleet met 'visgraat' om een aantal punten (7 stuks, zeker is zeker) van lijn *l* en lijn *k* te berekenen. Ze noemt het in de opgave genoemde hoekpunt *S* nu *C* want, geen onzin, een driehoek heet *ABC* en geen *ABS*. De lijnstukken *BC*, *AC* en *AB* noemt ze *a*, *b* en *c*. Want ze heeft geleerd dat je, wanneer je de zijden van een driehoek weet of kunt berekenen en je moet

Opgave 3

Hiernaast zijn de lijnen
k: $y = x + 3$ en *l*: $y = 5x - 4$ getekend.

27 □ Bereken de coördinaten van het snijpunt *S*.

28 □ Bereken de grootte van de hoeken van ΔABS in graden nauwkeurig.



de hoeken berekenen, dan gebruik je de cosinusregel. En die kent ze in de vorm
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ cos\alpha$.

In de vorige opgave heeft ze de coördinaten van C berekend, dat vragen 'ze' niet voor niets, dus die zul je hier wel nodig hebben. Ze maakt een kleine rekenfout en een afleesfout maar verder gaat het goed.
Natuurlijk gebeurt het vaak dat je niet direct ziet

27 $\begin{cases} y = x + 3 \\ y = 5x - 4 \end{cases}$

$x + 3 = 5x - 4$
$-5x + 4$
$-4x + 7 = 0$
$-4x = -7$
$x = \frac{-7}{-4} = 1\frac{3}{4}$

inullen $x = 1\frac{3}{4}$
$y = x + 3$ $\quad 1\frac{3}{4} + 3 = 4\frac{3}{4}$

snypunt: $(1\frac{3}{4}, 4\frac{3}{4})$

$6 \cdot 2 = 12$

28 $k: y = x + 3 \quad l: y = 5x - 4$

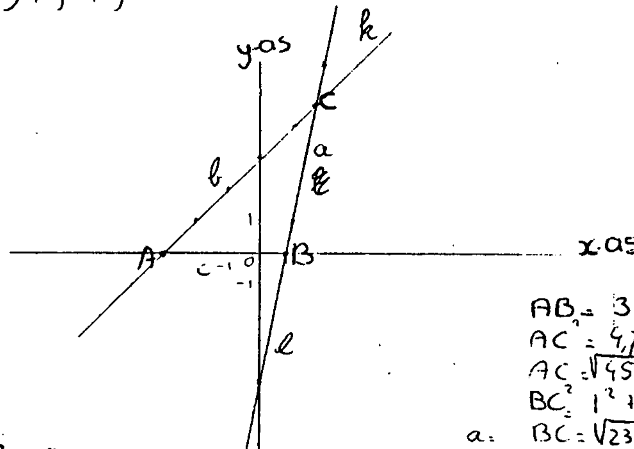
berekenen de grootte v/d hoeken van Δ ABS in graden nauwkeurig

k

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	0	1	2	3	4	5	6

l

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-19	-14	-9	-4	1	6	11



$AB = 3 + 1\frac{3}{4} = 4\frac{3}{4} \quad 3,75$
$AC^2 = 4,75^2 + 4,75^2$
$AC = \sqrt{45,125} \quad (6,7175)$
$BC^2 = 1^2 + 4\frac{3}{4}^2$
a: $BC = \sqrt{23,5625} \quad (4,854122)$

$\angle A \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cos\alpha$
$23,5625 = 45,125 + 14,0625 - 2 \cdot 6,7175 \cdot 3,75 \cdot cos\alpha$
$\frac{23,5625 - 45,125 - 14,0625}{-2 \cdot 6,7175 \cdot 3,75} = \frac{-35,625}{-50,38125} = 0,7071003$ $\quad \angle A = 50°$

$\angle B \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\ cos\beta$
$45,125 = 23,5625 + 14,0625 - 2 \cdot 4,854122 \cdot 3,75 \cdot cos\beta$
$\frac{45,125 - 23,5625 - 14,0625}{-2 \cdot 4,854122 \cdot 3,75} = \frac{7,5}{-36,405915} = -0,2060105$ $\quad \angle B = 102°$

$\angle C = 180° - 50° - 102° = 28°$ $\quad \angle C = 28°$

dat er een eenvoudige oplossingsmethode is en dat je een andere – in dit geval wel veel omslachtiger methode met veel meer kans op fouten – kiest. Dat kan betekenen dat je in tijdnood komt en dat gebeurde ook regelmatig bij leerlingen die net als Irene de cosinusregel gingen gebruiken. Maar overigens is er niet zoveel op tegen, de leerling laat zien dat hij of zij toch tot een oplossing komt. Waar het mij om gaat is het feit dat leerlingen zo dikwijls als het ware automatisch een laatje opentrekken met een standaardmethode als ze iets zien dat daarvoor in aanmerking komt. In dit geval 'driehoek', 'hoeken',... 'cosinusregel'. Tijdens schoolonderzoeken zie je dan dat diezelfde cosinusregel ook wordt toegepast in een rechthoekige driehoek of dat de afstand tussen de punten $P(3,18)$ en $Q(-5,18)$ met behulp van de stelling van Pythagoras wordt berekend. Elke mavo/lbo leerkracht zal hier ongetwijfeld zelf veel meer voorbeelden van kunnen geven! Was bij deze opgave gevraagd naar de hoek tussen de lijnen l en k dan was ongetwijfeld het laatje 'richtingscoëfficiënt en tangens' open gegaan.

De tweede opgave die ik u wil laten zien is opgave 4, over een parabool. Ook hier heb ik dezelfde fout bij andere leerlingen gezien. En ik neem aan dat het een heel veel voorkomende fout is geweest in dit examen.

Opgave 4

Gegeven is de functie f: $x \rightarrow 2x^2 + 12x + 10$.

29 □ Los op $f(x) = 0$, bereken de coördinaten van de top van de grafiek van f en teken de grafiek van f in het assenstelsel op de bijlage.

De lijn $y = 4x + b$ raakt de grafiek van f.

30 □ Bereken b.

Dit is het soort standaardopgave dat de leerlingen eindeloos geoefend hebben. Hebt u ook zo vaak gezegd in de klas: 'Denk aan de tekengegevens, bereken de snijpunten met de X-as en de coördinaten van de top, want als je alleen een 'visgraat' maakt en een – goede – tekening, mis je een heleboel punten!"

Toen ik de opgave zag dacht ik: 'Ach, dat is aardig van de samenstellers van het examen. Ze helpen de leerlingen door eerst te vragen: "los op $f(x) = 0$ en bereken de coördinaten van de top" en pas daarna "teken de grafiek van f." Het was ook altijd jammer dat je geen punten mocht toekennen als leerlingen kennelijk goed hadden begrepen wat de eigenschappen zijn van een parabool maar de 'standaardgegevens' niet hadden genoteerd.

Maar dan kent u Irene niet, die trapt daar niet in! Bij 'teken de grafiek' horen de bekende gegevens, dus als er eerst iets anders gevraagd wordt, bedoelen 'ze' daar vast iets anders mee! Ze berekent dus eerst $f(0) = \ldots$ en gaat daarna over op de standaardoplossing zoals ze die voor parabolen heeft geleerd. En dat gaat feilloos, ik zei al dat Irene een ijverige leerling is.

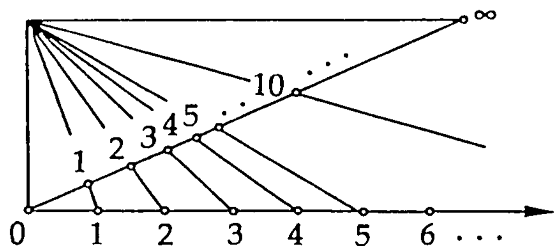
29 $f: x \rightarrow 2x^2 + 12x + 10$
$f(x) = 0$
$2 \cdot 0^2 + 12 \cdot 0 + 10 = 10$
- dalparabool
- de top $x = \frac{-b}{2a}$ $x = \frac{-12}{4} = -3$
$2 \cdot 9 + -36 + 10 = -8$ $(-3,-8)$
- ~~geen snijpunten met de x as want de top ligt erboven~~
- extra punten
x -1 0 1 -2 -3 -4 -5 -6
y 0 10 24 -6 -8 -6 0
- snijpunten x as y = 0 invullen
$2x^2 + 12x + 10 = 0$ (: 2)
$x^2 + 6x + 5 = 0$
$(x+1)(x+5) = 0$
$x = -1$ $x = -5$

Uiteindelijk behaalde Irene 72 van de 100 punten, ruimschoots voldoende dus. Denkt u eigenlijk dat ze een goede kans maakt op de havo? Tot dit jaar zou ik die vraag misschien niet gesteld hebben want ook op de havo kon je een heel eind komen met standaardoplossingen. Als het goed is geldt dat voor de nieuwe wiskundevakken A en B echter niet meer. Dat lijkt mij een goede ontwikkeling voor het wiskunde-onderwijs.

Het ingewikkelde begrip 'oneindig'

Wilfried Herget

Natuurlijk is $0,\bar{9} = 1$ – en haast spelenderwijs beeldt de projectieve meetkunde met enkele pennestreken het oneindige uit (afb. 1). De lijst van zulke wiskundige vanzelfsprekendheden is lang. Maar aan de reactie van onze leerlingen is te merken, dat het oneindige zich niet altijd zo gemakkelijk laat vangen.



Afb. 1: Het eindige oneindige

Kent u ook het hardnekkige, elke pedagogische vaardigheid tartende ongeloof ten opzichte van de bewering 0,999999... = 1? 1/3 = 0,333333...; geen probleem. Dan de (dacht ik tenminste) werkelijk overtuigende conclusie $3 \cdot 1/3 = 3 \cdot 0{,}333333 \ldots = 0{,}999999\ldots$!
En desondanks kijk ik in enkele nog steeds sceptische kinderogen...
Of in de bovenbouw, als ik bewijs (wil bewijzen), dat voor $f(x) = x^3$ *geldt* $f'(0) = 0$*: de helling van de snijlijn wordt zo klein als men maar wil, wanneer men de 0 maar voldoende dicht nadert – dus* $f'(0) = 0$*, duidelijk!*
Maar Anke en Claudia, mijn beste leerlingen, willen en kunnen het niet geloven: want f is toch *overal* strikt monotoon stijgend, en de helling van *elke* snijlijn is toch groter dan nul...

Subtiel geformuleerde paradoxen

In zulke situaties heb ik dan regelmatig het gevoel, dat mij in de gedaante van mijn leerlingen de talrijke subtiel geformuleerde paradoxen (niet alleen van de oude Grieken) in levende lijve tegemoet treden. Misschien is dat mede een reden, dat deze paradoxen voor mij onveranderlijk aantrekkelijk zijn. Hier een kleine selectie.

Achilles en de schildpad
Achilles is tien keer zo snel als de schildpad. Daarom geeft hij haar een voorsprong van bijvoorbeeld tien meter. Als hij deze afstand heeft afgelegd, is de schildpad al een meter verder; als Achilles deze meter gelopen heeft,... Het is duidelijk: steeds is de schildpad al een stukje verder dan Achilles: hij haalt haar dus nooit in.
Echt niet?

Het harige kale hoofd
Als iemand dicht haar heeft, dan behoudt hij deze eigenschap ook dan, wanneer men hem een haar uittrekt. Ook een tweede verandert daaraan niets enz.
Werkelijk: 'enzovoorts'?
Even eenvoudig is het te bewijzen, dat in elke koffer willekeurig veel zakdoekjes passen. Eén past er in elk geval in. Als de koffer nu n zakdoeken bevat, dan openen we hem, proppen er nog een zakdoek in en sluiten het deksel weer – dat lukt, zoals de ervaring leert, immers altijd.

Euclides' oneindige zandhoop
Een enkel zandkorreltje vormt zeker nog geen zandhoop, ook twee of drie zandkorrels doen dat niet. En ook een enkel extra korreltje zorgt nog steeds niet voor een zandhoop – of toch? Kan

uiteindelijk de som van louter niets meer dan niets zijn? Van het vallen van een enkele speld is niets te horen. Wat gebeurt er echter, als we een hele doos vol met spelden leegschudden? (Zeno kent natuurlijk geen spelden – bij hem zijn het gierstkorrels.)

Hilberts hotel

Dit hotel is – zoals uit de naam blijkt – van tamelijk recente oorsprong[3,8]. Het heeft oneindig veel kamers, die vanaf 1 doorlopend genummerd zijn. Dat heeft reusachtige voordelen, wanneer het hotel werkelijk eens helemaal volgeboekt is. Komt er namelijk laat op de avond een enkele wandelaar, dan is er ook voor hem nog plaats: de portier geeft gewoon de bewoners van elke kamer de kamer met het daaropvolgende kamernummer – op deze manier komt 1 kamer vrij voor de wandelaar.
Maar zelfs een bus met oneindig veel (genummerde) gasten kan de portier niet uit zijn evenwicht brengen: hij geeft elke gast een kamer met een dubbel zo hoog kamernummer – daardoor komen alle kamers met een oneven nummer vrij en de nieuwe gasten uit de bus kunnen die kamers betrekken... Trouwens: als de portier iets van priemgetallen weet, dan kunnen er zelfs oneindig veel bussen met telkens oneindig veel inzittenden in het hotel ondergebracht worden[9]!
Wanneer de volgende morgen de kamers moeten worden schoongemaakt, dan is ook dat geen probleem. De portier verzoekt om 10 uur alle gasten, naar de kamer met het daaropvolgende nummer te gaan. Hij herhaalt dit verzoek om 11 uur, dan om 11.30 uur, daarna om 11.45 uur enz. Om 12 uur zijn alle kamers vrij voor de schoonmaakploeg – maar, waar zijn eigenlijk de gasten gebleven? Het hotel hebben ze in elk geval niet verlaten.
En gedurende deze tijd is één enkele flinke werkster voor het hele hotel voldoende: van 10 tot 11 maakt zij de eerste kamer schoon, in het volgende halve uur de tweede, .. om 12 uur is het hotel brandschoon!

De handzame bibliotheek

Men kan de hele bijbel, in principe zelfs de totale in boeken samengebrachte kennis van de mensheid door een enkele dunne streep op een korte lineaal coderen[3]:
Aan elke letter of elk symbool wordt een driecijferig getal tussen 001 en 999 toegekend. De codering van bijvoorbeeld de bijbel levert dan een gigantisch, maar toch eindig getal op. Door voor dit getal '0', te zetten, verandert het in een decimale breuk. Deze decimale breuk wordt gemarkeerd door een dunne streep (tussen 0 en 1) op de liniaal – klaar! Ter decodering hoeft men slecht de streep op de liniaal nauwkeurig als een decimaal getal af te lezen, waarna dit getal weer terugvertaald wordt. Duidelijk! Duidelijk?

Natuurlijke getallen – 'natuurlijk'?

Het idee steeds verder te kunnen tellen – althans 'in principe' – leidt snel en onvermijdelijk naar de natuurlijke getallen. Vreemd genoeg blijft echter tegelijkertijd de wens naar een grootste getal bestaan. In een prachtig boek[2] schildert Fynn (achter dit pseudoniem) verbergt zich een Engels wiskundige) de dialoog tussen het kleine meisje Anna en 'mister God', waarmee hij zeker veel van onze leerlingen aan zal spreken:

'Mammie is de mooiste vrouw. Nog mooier dan Sally, Millie en Cory. En ze hoeft zich daarvoor niet eens speciaal op te maken. Ze is van buiten mooi en van binnen. Als een engel. Niet overal wit, maar kleurig als een weide met veel bloemen. Ik zou ze willen tellen, net zo als de rimpels op het voorhoofd van Fynn, maar het zijn er veel, veel meer. Ik kan niet zo ver tellen als ik wil, omdat er niet genoeg getallen zijn. Fynn heeft gezegd, dat dat niet klopt. Er zijn meer getallen dan bloemen, men heeft slechts zeer veel tijd nodig, om ze allemaal op te sommen. En wanneer men eindelijk bij het laatste getal aangekomen is, hoe moet het dan verder? heb ik hem gevraagd. Hij heeft gezegd, dat er geen laatste getal is, men krijgt er gewoon genoeg van om steeds verder te rekenen, en dat is dan het oneindige. Vanaf dat punt hoeft men niet meer verder te rekenen.
Lieve mister God, als U het oneindige nu een beetje eerder zou kunnen laten beginnen, dan hoefde ik niet zo lang te rekenen en de leraar ook niet. Bij duizend zou U rustig al het oneindige kunnen laten beginnen. Dan zouden we meer tijd hebben voor andere dingen dan alleen maar getallen.'
2, (blz. 100-101).

De vervloekte nul

Vaak wordt de wens, een getal 'oneindig' in te voeren, juist dan te kennen gegeven, wanneer men ook door 0 wil delen. Misschien heeft u het wiskundig sprookje 'Toen de nul in het rijk der getallen kwam' wel eens (voor)gelezen – het eindigt met het eerste verbodsbord, dat in het rijk der getallen wordt neergezet: 'Door nul mag niet gedeeld worden.' Ook wie het niet begrepen heeft, moet dit verbod tegenwoordig nog in acht nemen[4]. Opgaven als 'Wat is 0 gedeeld door 3?' 'Wat is 0 tot de derde macht?' brengen ook menig eindexamenkandidaat van zijn stuk, en de vraag 'Wat is 0 tot de macht 0?' veroorzaakt op de late avond zelfs onder intellectuele natuurwetenschappers regelmatig opgewonden, emotioneel-filosofisch getinte debatten.

Rekenen met het oneindige – toen en nu

Bij het bladeren in een wiskundig leerboek uit de eerste helft van de vorige eeuw komt aan het licht, hoe sterk de wens, om met het oneindige te rekenen, ook de wiskundige beheerste (Afb. 2).
Wij moeten om sommige formuleringen glimlachen – of we zijn geneigd, om hoogmoedig met een rode pen FOUT te noteren, want voor onze huidige wiskundige smaak is het moedige omgaan met de symbolen ∞ en $1/\infty$ in die tijd bepaald avontuurlijk.
Intussen zijn er echter goede redenen, om over deze manier van rekenen met oneindig grote en oneindig kleine getallen niet te voorbarig de neus op te trekken. Met behulp van de zogenaamde nonstandard-analyse is het in de laatste 30 jaar gelukt, om door een geschikte uitbreiding van de verzameling van de reële getallen de methode van de toenmalige wiskundigen zodanig te rechtvaardigen, dat deze beslist ook aan de huidige wiskundige eisen voldoet. Details hierover zijn in 8 aangegeven (alleen al het hoofdstuk 'Historisches und Philosophisches' is de moeite van het lezen waard!), waarbij bovendien geprobeerd wordt, een kort overzicht van de gebruiksmogelijkheden in het onderwijs te geven.

Hoe 'reëel' zijn de reële getallen?

Onze 'natuurlijke' getallenbereiken hebben wel

§. 330.

Wenn man die unendlich großen und die unendlich kleinen Größen auf die angeführte Weise bezeichnet, so sind selbe gleichfalls allen Rechnungsarten unterworfen; sie können nämlich addirt, subtrahirt, multiplicirt, dividirt und zu Potenzen erhoben werden; so z. B. ist $\infty + \infty = 2\infty$; $3\infty - 2\infty = \infty$; $\infty \times a = \infty a$; $\infty : a = \frac{\infty}{a}$; $a : \infty = \frac{a}{\infty}$ u. s. w. Eben so ist $\frac{1}{\infty} + \frac{1}{\infty} = \frac{2}{\infty}$; $\frac{2}{\infty} - \frac{1}{\infty} = \frac{1}{\infty}$; $\frac{1}{\infty} . a = \frac{a}{\infty}$; ferner $\frac{1}{\infty} : b = \frac{1}{\infty b}$; $\frac{1}{\infty} : \frac{1}{\infty} = \frac{1}{\infty} \times \frac{\infty}{1} = \frac{\infty}{\infty} = 1$.

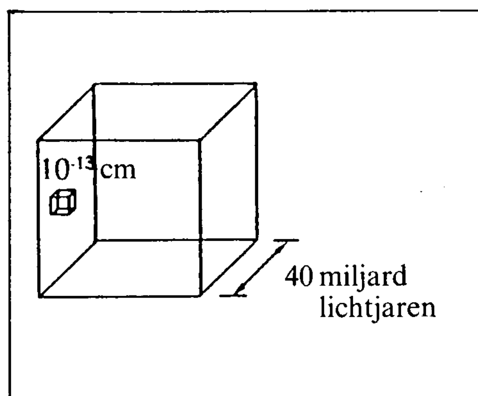
Desgleichen sind $\infty \times \infty = \infty^2$; $\infty^2 \times \infty = \infty^3$; $\frac{1}{\infty} \times \frac{1}{\infty} = \frac{1}{\infty^2}$; $\frac{1}{\infty^2} \times \frac{1}{\infty} = \frac{1}{\infty^3}$ u. s. w. } höherer Ordnungen.

Afb. 2: Wiskunde rond 1850 (uit 10)

zeer merkwaardige eigenschappen: zo is de verzameling van de natuurlijke getallen niet alleen gelijkmachtig met de (toch slechts 'half zo grote') deelverzameling van de even natuurlijke getallen, maar ook gelijkmachtig met de verzameling van de kwadraten (hoewel de kwadraten steeds 'zeldzamer' worden, naarmate men verder komt), ja zelfs gelijkmachtig met de (toch veel 'grotere') verzameling van de breuken (en het bewijs daarvoor slikken misschien brugklassers al). En tenslotte blijken de rationale getallen weliswaar overal dicht in $\mathbb{R}$ te liggen, maar desondanks zouden ze gaten vertonen! Maar het wordt nog erger: deze gatengetallen (de irrationale getallen) komen veel vaker voor dan de rationale getallen zelf – als we dus de irrationale getallen weer wegnemen, is de getallenrechte zo te zeggen bijna leeg! En dat noemen de wiskundigen reële getallen...

Zijn er werkelijk oneindig veel getallen?

In ieder geval berekende Archimedes al het aantal zandkorrels, die hemel en aarde volledig zouden opvullen. Hij kwam tot ongeveer 10^{63}, wat verrassend nauwkeurig is. We kunnen het tegenwoordig nog verfijnen. De middellijn van een atoomkern bedraagt meer dan 10^{-13} cm, de afstand van de aarde tot de verste waar te nemen objecten (zogenaamde quasars) bedraagt ongeveer 20 miljard lichtjaren. Deze situatie is in afbeelding 3 geschetst[6] (al is het niet geheel op schaal).



Afb. 3: Het bekende universum

Uit de lengte van de ribbe van de grote kist (ongeveer 10^{26} m) blijkt dan, dat er op zijn hoogst 10^{125} van de kleine dobbelstenen in passen – een zeer grove schatting, want daarvoor zouden de atoomkernen dicht opeen in het heelal gepakt moeten worden, iets, wat wel eens niet zo eenvoudig zou kunnen zijn.

Fantastische getallen

Hoe fantasierijk de wiskundigen de grenzen van het heelal kunnen forceren, wordt duidelijk uit het feit, dat ze met slechts drie negens een getal kunnen opschrijven, dat gemakkelijk voor een nagenoeg onvoorstelbaar groot aantal werelden voldoende zou zijn:

$$9^{(9^9)} > 10^{300000000}$$

Exponentiële groeiprocessen gaan al gauw ons door het lineaire denken gevormde voorstellingsvermogen te boven. Hoe vaak kunnen we bijvoorbeeld een blad papier vouwen? Hoe dik is het dan? En hoe vaak zou een blad, dat groot genoeg is, gevouwen moeten worden (in gedachten), zodat het tot aan de maan reikt? Dat zijn vragen (niet slechts) voor een interessante invalles[1].
Hierbij hoort ook het bekende verhaal over de 'uitvinder' van het schaakspel. Als beloning voor zijn uitvinding wenste hij van de Indische koning een tarwekorrel op het eerste veld van het schaakbord, twee tarwekorrels op het tweede en op elk volgend veld dubbel zoveel korrels als op het voorafgaande veld. Een niet echt bescheiden verzoek: het aantal van $2^{64} - 1 = 18446744073709551615$ korrels komt overeen met een veelvoud van de jaarlijkse wereldgraanopbrengst!

Tot hoe ver kan men werkelijk tellen?

De exacte waarde van een irrationeel getal kan een computer alleen al uit tijdgebrek niet berekenen, omdat immers elke rekenstap een, al is het dan een korte, maar toch positieve tijd nodig heeft. Een elektron heeft, om de onvoorstelbaar kleine diameter van een atoomkern (10^{-15}m) te overbruggen,

ongeveer $0,3 \cdot 10^{-23}$ seconde nodig (lichtsnelheid ongeveer $3 \cdot 10^8$ m/s) – een nog kleinere tijdseenheid is natuurkundig gezien waarschijnlijk nauwelijks denkbaar. Als we aannemen, dat de wereld nu 10^{10} jaar oud is en (daarin zijn we dan duidelijk optimistischer dan de wetenschappers) in totaal 10^{11} jaar oud wordt, dan zou de snelst denkbare rekenmachine tot nu toe ongeveer 10^{41} stappen hebben uitgevoerd en zou tot aan het einde van de wereld hoogstens 10^{42} kunnen uitvoeren[5]. Daarbij gaat het natuurlijk slechts om een gedachtenexperiment – de kortste tot nu toe gerealiseerde schakelimpuls duurt ongeveer 10^{-12} seconde, en daarvan zijn zelfs moderne supercomputers nog ettelijke tientallen machten van 10 verwijderd! Als we met de 'natuurlijke getallen' de voorstelling van het tellen, van het 'steeds-verder-tellen' of van het nummeren van bijvoorbeeld strepen verbinden, dan moet wel toegegeven worden, dat we op natuurlijke wijze tussen bijvoorbeeld 10^{50} strepen en $10^{50} + 1$ strepen geen serieus onderscheid meer kunnen maken. Hoe zou onze rekenkunde er echter uitzien, als vanaf een bepaalde getalwaarde $n = n + 1$ zou gelden?

'Ze zwammen, die wiskundigen!'

Is deze reactie ten opzichte van zulke paradoxen niet zeer goed te begrijpen? Het kan echter noch onze bedoeling zijn de logica en de wiskunde te misprijzen, noch de natuurlijke voorstelling in twijfel te trekken, die hier in strijd met de wiskunde en de logica lijkt. Integendeel, men moet er van bewust gemaakt worden, dat de wiskunde (niet alleen hier) elegantie en eenvoud koopt door terug te grijpen op geïdealiseerde structuren, die niet steeds in de 'realiteit' terug te vinden zijn. De verzamelingen $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ en $\mathbb{R}$ met de bekende structuren vormen een wezenlijk bestanddeel van de wiskunde (niet alleen op school). De commutatieve, associatieve en distributieve wetten enz. – dit alles is voor ons vanzelfsprekend (geworden). Hoe zou het eigenlijk zijn, als deze eenvoudige wetten niet zouden gelden?
In feite zijn de ons zo vertrouwde rekenregels in hun totaliteit slechts binnen oneindige verzamelingen van kracht. Zo is het bijvoorbeeld zelfs met een nog zo 'intelligente' computer principieel niet mogelijk, al deze regels voor de vier hoofdbewerkingen zonder beperkingen te realiseren, want deze computer kan vanwege de begrensde opslagruimte slechts eindig veel getallen produceren[7].
Aan de ene kant de abstracte, idealiserende (en daarom 'eenvoudige') wiskunde, die 'oneindig' niet kan vermijden – aan de andere kant de 'rest van de wereld', de wereld van onze ervaringen, die in werkelijkheid veel complexer en gecompliceerder blijkt te zijn, maar toch slechts eindig is: van dit principiële spanningsveld, hier door middel van het voorbeeld van de oneindige getallenverzamelingen in de wiskunde verduidelijkt, zouden wij ons bewust moeten zijn. Dan kunnen we dit bewustzijn ook aan onze leerlingen overdragen – en misschien sommige van hun problemen met de voor ons zo vanzelfsprekend geworden wiskunde iets beter begrijpen.

Literatuur

[1] Bikener, A.: Wetten daß? Mathematik lehren, Heft 10/1985, S. 18-19.
[2] Fynn: Anna schreibt an 'Mister Gott'. Neues von Anna über Gott und den Lauf der Welt. Scherz, München 1987.
[3] Gardner, M.: GOTCHA. Paradozen für den Homo Ludens. Hugendubel, München 1985.
[4] Hefendehl-Hebeker, L.: Ein Bühnenstück zu einem mathematischen Märchen: Als die Null in das Zahlenreich kam. Mathematische Unterrichtspraxis 6 (1985), Heft 3, S. 19-30; Mathematik lehren, Heft 1/1982, S. 2-4.
[5] Hawka, E.: Zum Zahlenbegriff, Philosophia naturalis 19 (1982), S. 413-470.
[6] Knuth, D. E.: Mathematik und Informatik: Die Bewältigung des Endlichen. Der Mathematikunterricht 25 (1979), Heft 6, S. 5-5-26.
[7] Kulish, U.: Über die Aritmethik von Rechenanlagen. In: Jahrbuch Überblicke Mathematik 1975. Bl, Mannheim 1975. S. 69-108.
[8] Laugwitz, D.: Zahlen und Kontinuum. Eine Einführung in die Infenitesmalmathematik. Bl Mannheim; Wien; Zürich 1986.
[9] Paulitsch,A.: Wie die Zahlen Mathematik machen. Aulis, Köln 1986.
[10] Winkler Edlen von Brückenbrand, G.: Lehrbuch der Rechenkunst und Algebra. Braumüller, Wien 1823, 1854[5].

Oorspronkelijke titel: Das verzwichte Unendlich; verschenen in: Mathematik lehren, Heft 31.
Vertaling: A. J. F. van den Berg, Bedum.

▶ Het examen lbo/mavo C/D 1990, experimenteel (1)

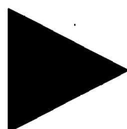
Truus Dekker

De bij dit artikel opgenomen opgaven – zie de Werkbladen op blz. 16 en 17 – komen uit het experimentele examen zoals dat in mei 1990 werd afgenomen aan de beide experimenteerscholen van de COW[1], de Radboudmavo te Oldenzaal en de afdeling lbo/mavo van de Geref. S. G. Greijdanus te Zwolle. De leerlingen van deze scholen hebben, behalve met hun eigen wiskundeboek, gewerkt met lespakketjes zoals die zijn ontwikkeld door het team W 12-16 van de COW.
Voor het examen gold hetzelfde examenprogramma als voor alle andere lbo/mavo-scholen, de gestelde vragen en ook de manier van vragen waren wel anders.
Er werden geen meerkeuzevragen gesteld, het taalgebruik was minder formeel en sommige onderdelen, zoals statistiek, kregen wat meer nadruk. Verder mochten de leerlingen hun antwoord met een tekening of redenering toelichten. Laten zien dat je de stof echt beheerst en niet alleen de standaardoplossing reproduceren. Als er om het nummer van de opgave een cirkeltje is getekend hoeft er geen uitleg bij te worden gegeven.
Tijdens het examen mochten de leerlingen, als ze dat wilden, schaar en lijm gebruiken en de belangrijkste formules konden ze vinden op een formulekaart. De resultaten van het examen waren vergelijkbaar met de landelijke scores hoewel heel hoge of heel lage cijfers nauwelijks voorkwamen.

Het eerste werkblad laat een opgave zien over een parabool, zij het dat de vragen anders gesteld zijn dan tot nu toe gebruikelijk. Het onderwerp 'parabolen' zal wellicht in het nieuwe examenprogramma minder nadruk krijgen maar vragen als deze moeten de leerlingen ook dan wel kunnen beantwoorden.
Anders ligt het met de opgaven van het tweede werkblad. Opgaven over de cosinusregel en cirkelvergelijkingen horen wel bij het huidige programma maar zullen in het nieuwe examenprogramma zeker verdwijnen.
Het is de bedoeling om u in de komende nummers van 'Euclides' telkens enkele opgaven uit het eerste experimentele examen te laten zien en daarbij ook uitwerkingen van leerlingen op te nemen.
Wanneer u dit schooljaar een mavo- of lbo-examenklas hebt, kunt u de opgaven misschien eens in uw eigen klas uitproberen.

Over de auteur:
Truus Dekker geeft les aan de S. G. Don Bosco in Volendam, o.a. in een mavo-examenklas. Deze school is geen experimenteerschool van het project W 12-16.
Zij vertegenwoordigde enige jaren de werkgroep 'Vrouwen en wiskunde' binnen de COW, en neemt nu deel aan de examenvoorbereidingsgroep van het team W 12-16.

Noot
1 COW – Commissie Ontwikkeling Wiskundeonderwijs.



Mededeling

Bij de SLO is verschenen een bundel waarin de experimentele C/D-examens 1990 zijn opgenomen en tevens een aantal oefenexamens.
Inlichtingen bij de SLO, Postbus 2041, 7500 CA Enschede.

• Werkblad •

▶ Een parabool

De opgaven 5 t/m 10 horen bij elkaar.
Ze gaan over de functie:

$$f: x \rightarrow -x^2 + 6x - 7$$

5 Teken de grafiek van deze functie. Laat in het kort zien welke berekeningen je maakte.

6 Kan de functie de waarde 6 bereiken? Ja, want... of nee, want...

7 Kan deze functie de uitkomst -50 krijgen?

(8) Wat is de functiewaarde als $x = -2$?

9 Er is nog een tweede getal voor x te vinden, dat dezelfde functiewaarde oplevert als $x = -2$.
Welk getal is dat? Leg uit hoe je dat getal met behulp van de grafiek kunt vinden.

10 Arceer het binnengebied van de parabool.
Dit binnengebied kun je aangeven met een ongelijkheid in x en y. Welke ongelijkheid is dat?

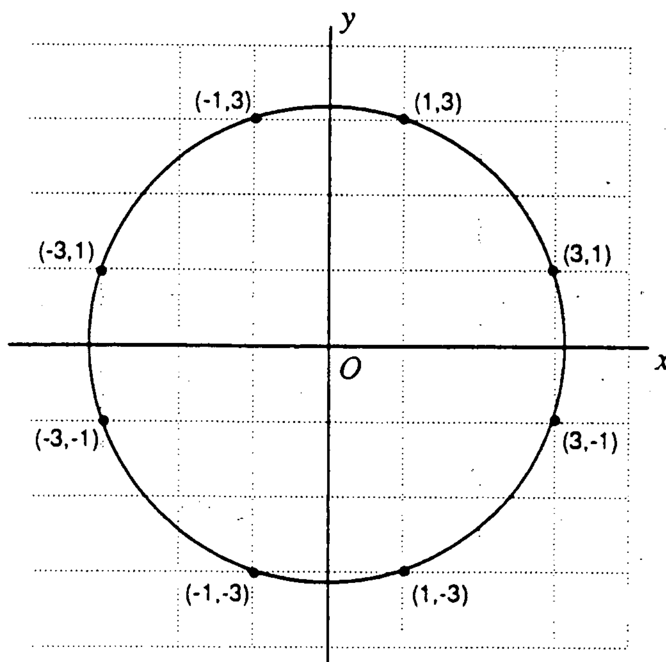
Vragen 5 t/m 10 uit: experimenteel D-examen 1990

▶ Een driehoek en een cirkel

11 Van een driehoek zijn de zijden 9, 11 en 15.
Bereken de grootste hoek.

---

⑫ Hieronder is een cirkel getekend.
Het buitengebied kun je aangeven met een ongelijkheid. Welke ongelijkheid is dat?



Vragen 11 en 12 uit: experimenteel D-examen 1990

▶ HAWEX in de klas

Wim Nieland, Kees Hoogland

Wiskunde A en wiskunde B voor het havo zijn in dit schooljaar nu echt van start gegaan.
Na het nadenken over de verschillen met wiskunde A en B van het vwo, over de manier waarop de voorlichting moest geschieden, over de keuze van een methode en over de gewenste invulling van de urentabel, moeten de wiskunde-docenten de vakken nu ook nog gaan geven. Misschien kan een beschrijving van wat op onze school gaande is daarbij behulpzaam zijn.
Wij zijn docenten aan het Jac. P. Thijsse College te Castricum, een van de ruim twintig scholen die in het schooljaar '89-'90 al begonnen zijn met wiskunde A en B op het havo.

Voorbereiding en uitvoering

Wij zijn ervan uitgegaan dat in principe iedereen één van beide vakken zou kiezen. In de praktijk hebben alle leerlingen deze raad opgevolgd, met uitzondering van een aantal ex-mavo-leerlingen zonder wiskunde in het mavo-pakket. Wij hebben deze leerlingen overigens nooit uitgesloten van een mogelijke keuze van wiskunde A. Hun negatieve ervaringen met wiskunde vormden meestal de aanleiding om toch van een keuze af te zien.
We zijn begonnen beide vakken aan te bieden in 4 uur per week. Inmiddels is gebleken dat 4 uur per week voor wiskunde B geen haalbare kaart is. Daarom is het aantal uren voor wiskunde B uitgebreid tot 5 uur, zowel in 4 als in 5 havo. Ongeveer 90% van de leerlingen heeft wiskunde A en 30% heeft wiskunde B in het pakket.

Wiskunde A

In dit eerste artikel zullen we ons beperken tot het maken van enkele opmerkingen over wiskunde A, het meest nieuwe vak.
Bij wiskunde A zijn wij begonnen met het onderwerp Tabellen, Grafieken en Formules, misschien wel het hart van wiskunde A te noemen.
Het doel, zoals verwoord in het officiële programma, is als volgt:

Bij dit onderwerp gaat het om de bestudering van en het opereren met verbanden tussen grootheden in realistische situaties. Daarbij zijn tabellen, grafieken en formules van belang als informatiedragers, als hulpmiddel om een probleem op te lossen en als hulpmiddel om een voorspelling te doen.

De manier waarop dit doel in leerlingentekst omgezet is, wordt zichtbaar in de opgave die op de volgende bladzijde afgedrukt is.

Problemen

De vorm van de leerstof.
Enigszins afhankelijk van de methode in de onderbouw, zit het eerste probleem dat opduikt in de vorm van de leerstof.
Een opgave als hier afgedrukt strookt niet met het beeld dat leerlingen van wiskunde hebben. Er valt soms enige aversie te bespeuren, zeker wanneer de opgave lastig is.
Kenmerkend is de opmerking: 'Bah, ik moet bij elke opgave opnieuw nadenken'.
Een mogelijke remedie is het uitgebreid uitleggen wat het doel en de ontstaansgeschiedenis is van deze vorm van wiskunde. Verder biedt het misschien enige troost dat de leerlingen vrij snel wennen aan deze vorm van wiskunde. De meesten gaan het soms zelfs **leuk** vinden.

1.



Een bioloog is geïnteresseerd in de vraag, welke invloed de broedselgrootte van een vogel heeft op de hoeveelheid voedsel die elk jong krijgt.
De oudervogels kunnen niet onbeperkt voedsel aandragen en daarom is het voor de hand liggend dit vermoeden uit te spreken: 'Hoe groter het broedsel, hoe minder voedsel per jong.'
Maar hij wil dat verband preciezer weten. Hiervoor gaat hij waarnemingen doen bij nestelende koolmezen. De voedselconsumptie wordt bepaald en meteen ook maar de groei.
Het resultaat zet hij overzichtelijk in een tabel:

Broedselgrootte (aantal)	Voedselconsumptie (g per jong per dag)	Groei (g per 13 dagen)
2	1,90	14
3	1,78	15
5	1,15	14
7	1,00	14
9	0,80	14
12	0,70	13

> Komt het vermoeden aardig uit?

2. Over de hoeveelheid voedsel die de ouders per dag naar het nest brengen, kun je verschillende veronderstellingen maken.
Hier zijn er drie:
I. De ouders werken steeds op topcapaciteit.
Dat wil zeggen dat de totale hoeveelheid voedsel bij elk broedsel evengroot is.
II. De ouders brengen meer voedsel als het broedsel groter is.
III. De ouders brengen bij een groter broedsel eerst meer voedsel, tot een zekere grens bereikt wordt. Daarna blijft die hoeveelheid evengroot.

> Welke veronderstelling klopt met de tabel?

3. De bioloog is verbaasd over de laatste kolom. Hij had stilzwijgend aangenomen dat in grotere broedsels de groei kleiner zou zijn.
Maar uit de tabel blijkt dat de grootte van die groei merkwaardig genoeg weinig verband met de broedselgrootte vertoont.
Dat raadsel moet verklaard worden!

> Probeer die verklaring te vinden.
Aanwijzing: Voedsel is niet alleen nodig voor de groei.

4. In de vakliteratuur vindt de bioloog gegevens over de warmteproduktie van de jongen:

Broedselgrootte	2	3	5	7	9	12
Warmteproduktie (in kcal per jong)	0,287	0,265	0,229	0,202	0,189	0,177

> Passen deze resultaten bij de verklaring uit opgave 3?

Bron: katern 'Tabellen, Grafieken, Formules 1', Anton Roodhardt e.a., een productie ten behoeve van het project Hawex, Utrecht, april 1989.

Het lezen van de teksten.
Het kost ons als docenten moeite de leerlingen aan te zetten tot het zich verdiepen in de context. Veel leerlingen willen snel 'scoren'. Ze lezen de inleiding nauwelijks of niet en willen direct opgave a beantwoorden. De wrevel die het slechte leesgedrag van de leerlingen oproept is het best te vermijden, als je je als docent voorhoudt dat dit één van de aspecten is die de leerlingen nog moeten leren. Je zult het dus tientallen keren moeten uitleggen en beargumenteren, net zoals dat het geval was bij het kwadraat afsplitsen bij parabolen, om maar een voorbeeld te noemen.

Het rekenen
Het lijkt soms of de leerlingen zelfs de rekenstof van de basisschool niet meer beheersen als er zaken uitgerekend moeten worden. Ook hier willen de leerlingen te snel scoren. De eerste de beste getallen die de leerlingen tegenkomen worden lukraak vermenigvuldigd of opgeteld. Een strategie is het vooraf laten organiseren van de berekening. Krijg je de leerlingen zover dat ze dit doen, dan vallen de echte rekenproblemen vaak mee.

Het formuleren van antwoorden
Veel meer nog dan bij wiskunde A op het vwo wordt van de leerlingen verlangd, dat ze hun antwoorden behoorlijk formuleren.
Het is niet onverstandig er rekening mee te houden dat het enigszins acceptabel formuleren van een redenering of een volledig antwoord pas na maanden, zo niet na anderhalf tot twee jaar tot stand komt. Een goede tip is misschien uw collega Nederlands te vragen of u eens de resultaten mag doorlezen van een gerichte schrijfopdracht. Dat helpt om het verwachtingspatroon wat bij te stellen.

● Boekbeschouwing ●

► Wiskundeonderwijs en cultuur

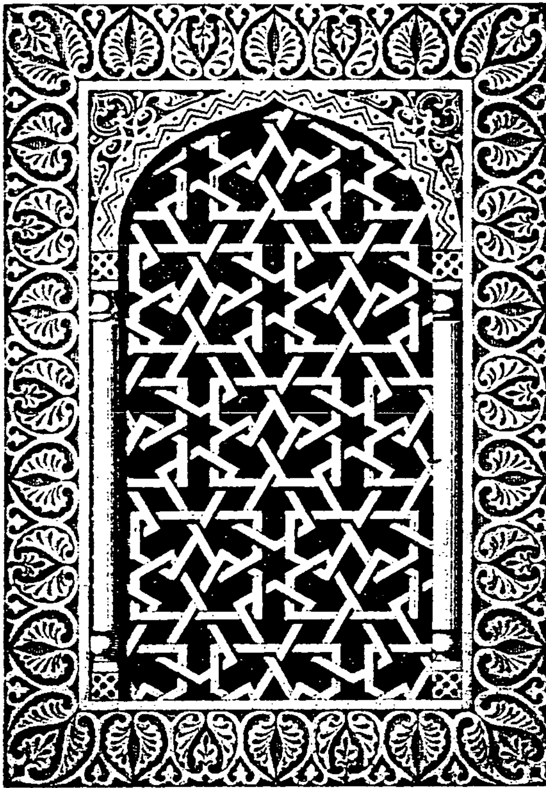
J. J. Sloff

Een bespreking van 'Mathematics Education and Culture', Educational Studies in Mathematics, volume 19, no 2 (May 1988). Uitgeverij Kluwer, 170 pagina's. Prijs: f 90,–.

Nog maar kort geleden had wiskunde voor velen het aanzien van een onafhankelijke, universele wetenschap. Tussen de programma's voor schoolwiskunde in de EEG-landen bestaan desondanks al grote verschillen, om nog maar te zwijgen over de stijl van onderwijzen in de diverse landen.
De leraren die in hun school te maken krijgen met culturele minderheden en ook de leraren die les geven in ontwikkelingslanden komen problemen bij hun leerlingen tegen, waarvoor niet zomaar een verklaring te geven is. Al te vaak worden deze problemen afgedaan met uitspraken over taalmoeilijkheden of verwijzingen naar de intellectuele kwaliteit of de inzet van de betreffende leerlingen. Nadere bestudering werpt een ander licht op de zaak.

Sedert een aantal jaren vindt er onderzoek plaats dat zich richt op het socio-culturele karakter van het wiskundeonderwijs. Kort gezegd: inhoud en vorm van het wiskundeonderwijs worden onder meer bepaald door de sociologische en de culturele structuur van de omgeving waarbinnen dit onderwijs plaats heeft. In een speciaal nummer van Educational Studies in Mathematics maakt de lezer kennis met doel, achtergronden, motieven en resultaten van dit onderzoek en met de erbij gedane aanbevelingen.

In zijn inleiding en in een artikel geeft Alan J. Bishop een heldere uiteenzetting over de ideeën en pretenties van de socio-culturele studies. Wiskunde is cultuur-gebonden en niet waarden-vrij. Onze zgn. waarden-vrije en cultuur-onafhankelijke wiskunde is duidelijk verbonden met de westerse cultuur, waarbij de aan deze cultuur inherente waarden door ons worden ervaren als vanzelfsprekendheden.
Zowel in het artikel van Bishop als in een artikel van Swadener en Soedjadi wordt op deze waarden ingegaan. In het artikel 'Mathematical Eduaction and Aboriginal Children' behandelt Beth Graham de problemen die voorkomen in het onderwijs aan kinderen die in een andere cultuur dan de onderwijscultuur leven en wier thuistaal niet de onderwijstaal is; zeer herkenbaar voor hen die in Nederland les geven aan kinderen wier thuistaal niet het ABN is.
In het artikel 'On culture, geometrical thinking and mathematics education' introduceert Paulus Gerdes, wiskundedocent en hoofd van de onderwijsfaculteit van de universiteit van Maputo (Mozambique), het begrip 'ingevoren wiskunde'. In het vlechtwerk van matten en viskorven ontdekt hij meetkundige structuren, die wijzen op wiskundige kennis en inzichten bij hen die in het verleden dit vlechtwerk ontwikkelden. Dat Gerdes duidelijk ideologisch geïnspireerd is, verhindert niet dat hij er een aantal boeiende ideeën op na houdt en mooie voorbeelden van meetkunde bedrijven geeft, die in Nederland in de onderbouw ook bruikbaar zijn.
Norma C. Presmeg behandelt de situatie dat meerdere culturen elkaar in één klas ontmoeten. K. C. Cheung beschrijft een onderzoek naar prestaties en attitudes bij het leren van wiskunde in Hong Kong. Zowel de uitkomsten als de methodologie verdienen hier aandacht. Thomas S. Popkewitz behandelt in het artikel 'Institutional Issues in the study of School Mathematics; Curriculum Research' de invloed van de ideologie van een school op de vorm en inhoud van het wiskundeonderwijs aan die

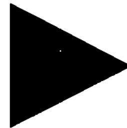


'Ingevroren wiskunde?'
Raam in een moskee te Caïro.

school. Iedere school heeft zo zijn eigen sfeer, die niet alleen de gang van zaken bepaalt, maar ook het gebeuren in de les, het beoordelen, de normen, de inhoud van de les, beïnvloedt. Vaak is men zich dat niet bewust, maar Popkewitz weet een en ander boven water te halen.
Tenslotte gaat Richard Noss in het artikel 'The computer as a cultural influence in mathematical learning' in op de culturele kloof tussen de wiskunde die de kinderen in de dagelijkse praktijk bedrijven en de school-wiskunde, en de daarbij behorende, vervelende, gevolgen. Welke rol kan de computer spelen om deze discrepantie te verkleinen?

De doorsnee wiskundeleraar zal niet gewend zijn om sociologisch-cultureel getinte artikelen over zijn vak te lezen. Opvallend is dat hier stemmen en ervaringen klinken uit de gehele wereld, die tòch herkenbaar zijn in veel Nederlandse wiskundelessen en daardoor antwoord geven op vragen die soms wellicht te snel worden afgedaan.
In de lijsten van geciteerde schrijvers en onderzoekers komen geen Nederlanders voor. Dat geeft te denken bij zaken als Hewet, Hawex en Wiskunde 12-16, waaraan door de bekende instituten wordt gewerkt.

Dit nummer van Educational Studies in Mathematics is verplichte kost voor alle lerarenopleiders en onderwijsontwikkelaars. Maar het is voor een veel breder publiek hoogst interessant.



Boekbespreking

Lynn Arthur Steen: *Calculus for a new Century*; The Mathematical Association of America, 258 blz., £ 11.25.

'Calculus for a new Century' bevat de toespraken van een in 1987 in Washington gehouden colloquium onder diezelfde naam, een onderdeel van het project MS 2000 (Mathematical Sciences in the year 2000). Onder de meer dan 600 deelnemers waren niet alleen wiskundigen, maar ook natuurkundigen, biologen, ingenieurs, enz. Behalve de toespraken bevat het boek een verzameling reacties van deelnemers, samenvattingen van de discussies van een aantal werkgroepen, een aantal 'background-papers' en een verzameling examenopgaven. Deze examenopgaven Calculus 1, 2 en 3 van een aantal universiteiten en colleges zijn uit de jaren 1986 en 1987. Ietwat vreemd doet het aan dat 'a midwestern liberal arts college with 2200 students that in 1987 awarded 8 bachelor's degrees in mathematics' aan het eind van één der opgaven meedeelt: Note: 1 km = 1000 m. Overigens een prachtige verzameling van in totaal 429 opgaven. Deze weerspiegelen de huidige stand van zaken en dienen dus niet als voorbeeld voor de 21e eeuw te worden gezien.
De ondertitel van het boek, 'a pump, not a filter', geeft weer dat volgens velen 'calculus must become a pump rather than a filter in the nation's scientific pipeline'. Het boek geeft veel meningen, maar pretendeert niet de oplossingen van de problemen aan te geven.
Kennisneming van de hier aan de orde gestelde zaken kan ook buiten de Verenigde Staten zeker heilzaam zijn.

G. M. Hogeweij

● Serie ● ● ● ● ●

'De zakrekenmachine'

▶ Enkele mogelijkheden met de rekenmachine

Piet van Wingerden

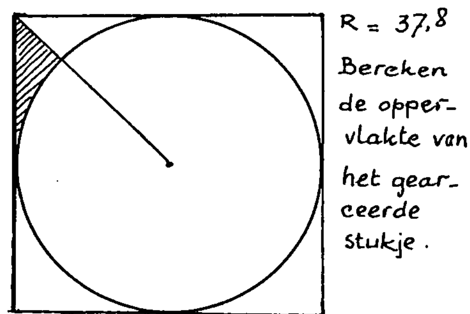
In 1985 las ik in Euclides een artikel van Jan Breeman.
Het deed me denken aan REVOLUTIE DER EENZAMEN van Dr. P. J. Bouman, dat ik in 1953 met rode oortjes heb gelezen. Het bestond uit een verzameling korte suggestieve stukjes, die personen en gebeurtenissen beschreven uit de periode van 1900 tot 1950. Ogenschijnlijk onsamenhangende verhalen. Maar bij elkaar lieten ze de lezer op een indrukwekkende manier in een spiegel zien van een tijdperk.

Op soortgelijke wijze gaf Jan Breeman een aantal impressies over voorvallen en ervaringen, die op een merkwaardige wijze verband bleken te houden met een wat meer realistische aanpak van de toen zo verwaarloosde ruimtemeetkunde.

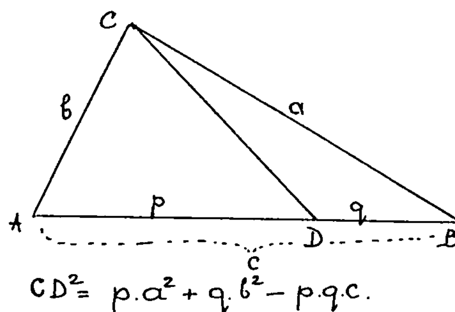
Een volgend artikel van Jan Breeman verscheen in 1988. Het bevatte opnieuw een aantal ervaringen en overwegingen. Deze keer ging het over de rekenmachine als didactisch hulpmiddel. Ik ben met hem gaan praten over een vervolg. Dat vervolg was er wel. Maar het was nog niet op papier gekomen. Door naar hem te luisteren, kreeg ik de mogelijkheid dat vervolg op te schrijven.

I Het wiskundeprogramma zou meer door de rekenmachine bepaald moeten worden

IA In de schoolwiskunde is er nauwelijks positieve aandacht voor het omgaan met formules. Het afleiden er van is een eenmalige gebeurtenis, die de leraar plichtmatig voor de klas bespreekt. De leerling neemt het ook niet zo serieus, denk ik. Het gebruik van formules wordt zoveel mogelijk vermeden. Bij repetities en proefwerken mikken de docenten meer op het onderzoeken naar wat ze menen dat inzicht genoemd kan worden. Het omgaan met formules wordt bekend verondersteld. Er wordt niet in getraind.
In het pré-elektronische tijdperk was het begrijpelijk, dat die formules buiten de deur werden gehouden. Maar met een rekenmachine in de hand kunnen we onze leerlingen naar hartelust laten oefenen in lengte-, inhouds-, oppervlakte- en omtrekberekeningen.



We kunnen ze best de stelling van Stewart voorzetten en daarmee berekeningen laten uitvoeren, eventueel ook met bissectrice- en zwaartelijnformule.



Dank zij de rekenmachine kan er heel wat van stal gehaald worden, dat als oefenmateriaal zou kunnen dienen. En we behoeven ons lekker niet te beperken tot 'mooie' getallen.
In het hoger en wetenschappelijk onderwijs wordt vaak met formules gewerkt. De studenten behoeven deze meestal niet zelf te 'ontdekken'. Maar ze moeten ze wel intensief leren gebruiken.
Het is niet zo als met de vroegere rijtjessommen van de lagere school, waarbij men hoopte dat veel herhalingen van dezelfde soort de gewenste vaardigheid konden bewerken. Ik denk juist aan een gevariëerd aanbod van formules. Daarbij komt het aan op handig rekenen en het zich realiseren van hoe de rekenmachine optimaal gebruikt kan worden.

IB Een grafisch display op de rekenmachine zit er aan te komen. Dat zou invloed moeten hebben op het wiskundeprogramma.

II De overtuigingskracht van de rekenmachine

Wiskundeleraren willen hun leerlingen niet zonder meer tot 'resultaatgebruikers' opleiden. Beweringen en formules dienen met verklaringen of bewijzen onderbouwd te worden. Geen enkel wiskundeschoolboek is hierin consequent. Onze leerlingen hebben waarschijnlijk niet een duidelijk idee, wat er met een bewijs bedoeld is.
Trouwens wie moet wie overtuigen van de juistheid van een stelling of formule? Met het op gezag geloven van wat de leraar zegt, zijn we niet gelukkig. Door de rekenmachine overtuigd worden, is ook nog niet het gewenste niveau, maar het verschaft de leerling een behoorlijke zekerheid. Ik denk dat velen zoiets nodig hebben om blijmoedig verder te kunnen gaan.
Misschien heeft het te maken met wat Bram Lagerwerf schreef in de Nieuwe Wiskrant (december 1983) over zeker weten en zeker voelen. Ik denk aan limieten. Het quotiënt van twee naar nul gaande getallen behoeft niet 1 te zijn. Het ene kan bij benadering het dubbele van het andere zijn,

b.v. $\lim_{x \to 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$

Toets 1.01 in voor x. De teller is dan op een kleinigheidje na het dubbele van de noemer.

III De rekenmachine als voorbereiding op het gebruik van de computer

III A In de beginperiode van de computer op school begonnen we driftig programma's te maken. We onderwezen basic of variaties daarop. Nu is er software op de markt met vele toepassingsmogelijkheden.
Toch gaat men er van uit, dat de bovenbouwleerling er enig benul van heeft, hoe een computerprogramma is opgebouwd. Het is wenselijk, dat men een eenvoudig programma kan lezen, intikken en runnen. De computer werkt dan aan zo'n programma en geeft het eindresultaat. Tussenantwoorden worden niet gegeven. Didactisch is dat niet zo best. Bij het leren doorzien van de opbouw van een programma zou het wenselijk zijn na te gaan, wat elke regel bewerkt. Het narekenen zonder rekenmachine zou tijdrovend en ontmoedigend zijn. Maar met de rekenmachine is het goed te doen en didactisch verantwoord.

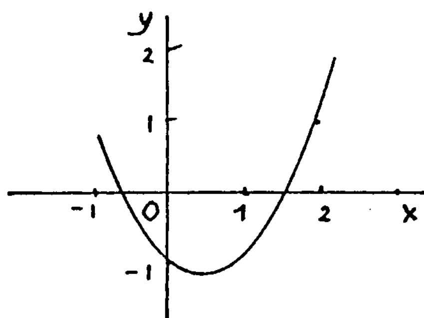
Een voorbeeld uit 4 vwo:
Een functie f is op $\mathbb{R}$ gegeven door: $x \to \frac{2x+2}{3-2x}$.
Het hierbij afgedrukte programma is bedoeld om op het spoor te komen van de helling van de grafiek van f in het punt (1,4). We zijn dus op zoek naar $f'(1)$.

```
10 INPUT deltax
20 xpunt = 1
30 ypunt = 4
40 xbuur = xpunt + deltax
50 ybuur =(2*xbuur + 2)/(3 - 2*xbuur)
60 deltay = ybuur - ypunt
70 helling = deltay/deltax
80 Print helling
```

●

Door voor deltax achtereenvolgens 0.01 en -0.01 te nemen kunnen de leerlingen met behulp van de rekenmachine het programma doorlopen.
We kunnen vragen een programma te schrijven om $f^{\prime}(2)$ te vinden. We kunnen vragen het programma zo te wijzigen, dat ypunt niet gegeven wordt, maar dat ypunt door de computer wordt berekend. We zouden ook de structuur van het programma kunnen laten vereenvoudigen. Misschien is dat laatste niet verstandig; we moeten niet te veel ineens willen.

III B Een voorbeeld over het benaderen van nulpunten bij een functie:
De grafiek van de functie f, die gegeven is door $f: x \rightarrow x^2 - x - 1$ heeft tussen $x = 1$ en $x = 2$ een snijpunt met de X-as. $f(1) < 0$ en $f(2) > 0$.



Ga na of $f(1{,}5)$ positief, nul of negatief is. Als het nul is, dan is het gestelde doel bereikt. Als het positief is, dan zou het nulpunt moeten liggen tussen 1 en 1,5. Als het negatief is (en dat is het) dan moet het nulpunt tussen 1,5 en 2 liggen.
Het bovenstaande wordt met de gevonden grenzen herhaald, dus $f(1{,}75)$ wordt onderzocht. Zo komen we steeds dichter bij het nulpunt.
Met de rekenmachine kunnen zulke eenvoudige voorbereidingen voor een computerprogramma motiverend werken.

III C Een ander voorbeeld van iteratie komt uit een oude versie van Moderne Wiskunde. Ik meen uit 1976. Door het ellendige rekenwerk was er toen niet veel aardigheid aan. Maar nu kan het zonder problemen.
$\sqrt{28}$ kan zonder meer met de rekenmachine benaderd worden. Maar om een idee te geven, hoe je een computer een groot aantal gelijksoortige rekenopdrachten kunt laten uitvoeren, kan men de volgende methode gebruiken. We schatten $\sqrt{28}$ ruwweg op 5. Omdat 28 : 5 niet 5 is, maar 5,6, is het gemiddelde van 5 en 5,6 een geschikte benadering voor $\sqrt{28}$. We hebben nu een tweede schatting, n.l. 5,3. En hiermee komen we in de 'herhaling'. Omdat 28 : 5,3 niet 5,3 is, maar 5,283019, is het gemiddelde van dit laatste getal en 5,3 een geschikte benadering van $\sqrt{28}$, enzovoort. Zonder rekenmachine zijn dit geen prettige toestanden. Maar met hun rekenslaaf kunnen onze leerlingen het proces nog even doorzetten.
Het programma voor deze iteratie kan in drie voorschriften worden gegeven:
–a – Kies een benadering.
–b – Deel die op het gegeven getal.
–c – Bereken het gemiddelde van het getal bij a en het resultaat van b.
De stappen b en c worden nu geregeld herhaald.

Wat hierboven beschreven is, zijn ideeën van Jan Breeman.
Maar luisterend naar een bevlogen mens onderga je diens invloed. Door die assimilatie kan er ondergronds wel wat van mijzelf zijn doorgesijpeld.

Mededeling

Op *zaterdag 8 september 1990* houdt het **Wetenschappelijk Centrum Watergraafsmeer** (WCW) zijn *7e Open Dag.*
Op het WCW wordt wetenschappelijk onderzoek gedaan in de natuurkunde, informatica en wiskunde. Tijdens de open dag wordt aan de hand van demonstraties, posters, dia's, film en poipulair wetenschappelijke voordrachten informatie gegeven over dit onderzoek. Ook de enorme hoeveelheid apparatuur die bij het onderzoek noodzakelijk is kan worden bekeken.
Bezoekers zijn welkom tussen 10.00 en 16.00 uur op het WCW terrein. Kruislaan 405-415, Amsterdam. De toegang is gratis. Nadere informatie: Frans Snijders, tel. 020-5 92 41 71/60 53.

• Verenigingsnieuws •

► Wishful thinking gerealiseerd

Hans van Lint, voorzitter NVvW

Teleurgesteld door het negatieve artikel van Anne van Streun in Euclides no 7 jaargang 65 ben ik voor een reactie in de pen geklommen. Veel liever zou ik een stukje over wiskunde voor de lessen geschreven hebben maar eerst moeten er even wat zaken recht gezet worden.

Nederland doet mee met de wereldtop in het voetbalgebeuren. Men houdt rekening met ons land en bewondert in zekere mate onze prestaties bij het Europese kampioenschap. Dit hebben we te danken aan een groep getalenteerde voetballers die we toen toevallig hadden...
Nederland beschikt ook al vele jaren over een groep getalenteerde creatieve wiskundedocenten. Zij hebben veel wishful thinking op het gebied van wiskundeonderwijsvernieuwing weten om te zetten in realiteit. Veel landen bewonderen onze nieuwe ideeën, vooral wat betreft maatschappelijk georiënteerde wiskunde.
Het Nederlandse voetbalelftal speelt wel eens een slechte wedstrijd en onze ontwerpers maken ook wel eens een minder geslaagd ontwerpje. Het gaat om het grote geheel en dat is goed!
Het is wel waar dat de wiskundedocenten en de NVvW in het bijzonder de ontwikkelingen nauwkeurig moeten volgen, maar volkomen onjuist is het als gesuggereerd wordt dat dat niet gebeurt. Met veel onaangename opmerkingen ontwerpers en bestuurders proberen onderuit te halen en de COW denigrerend betitelen als een clubje, gedomineerd door ontwikkelaars komt niet te pas. Het HEWET-team heeft samen met de experimenterende scholen een boeiend vak doen ontstaan, waarmee de kloof tussen werkelijkheid en abstracte wiskunde voor leerlingen in onze vwo-scholen is overbrugd.

De opmerking van Anne van Streun dat er een commissie moest worden ingesteld die moest nagaan wat het wiskunde-A programma eigenlijk inhoudt, suggereert iets wat absoluut onwaar is. Het tot stand brengen van een vak als wiskunde-A in het vwo is een geweldig stuk pionierswerk geweest, ook internationaal gezien. De volken die vroeger een nieuw onbewoond gebied introkken en nederzettingen bouwden nemen we ook niet kwalijk dat ze geen gestructureerde woningbouw hebben opgezet. Wiskunde-A staat nog in de kinderschoenen en zal nog moeten groeien o.a. met de steun van zo'n commissie.

We begeven ons op het terrein van *andere vakgebieden* en proberen onze leerlingen te laten zien hoe de wiskunde overal kan functioneren. Dat er dan behoefte gaat ontstaan om grenzen aan te geven, zeker voor het eindexamenprogramma is een vrij vanzelfsprekend gevolg van de ontwikkeling van het vak wiskunde-A.

Het HAWEX-team heeft weliswaar een iets andere doelstelling dan HEWET maar vergelijkbaar is hun werk wel. De NVvW heeft ook hier de zaak op de voet gevolgd en met de kritiek van de vereniging is wel degelijk rekening gehouden. Bovendien zijn veel onderdelen van de nieuwe programma's tijdelijk, o.a. op ons verzoek, 'in de ijskast' geplaatst omdat wij het geheel niet realiseerbaar achtten.

De COW wilde ontwikkelen zoals het behoort te gebeuren, namelijk van onderen af aan. Met proefscholen, verzamelen van kritiek, evaluatie en zo langzaam naar een leerplan toewerken. De omstandigheden geschapen door de politiek maakten het onmogelijk zo te werk te gaan. Net zomin als bij het HEWET en HAWEX zal de vereniging kritiekloos



accepteren wat voorgesteld wordt. Wij hebben alleen wel vertrouwen in de mensen die aan het werk zijn. Wij vinden dat ook zij de ruimte en de tijd moeten hebben om wishful thinking om te zetten in realiteit.
Via informatiedagen of hoorzittingen zullen leden en niet-leden de kans krijgen om kritiek te geven. Sterker nog de ontwerpers zitten dan op die kritiek uit het veld te wachten. De opmerking dat hoorzittingen misbruikt worden om ontwikkelaars de gelegenheid te geven hun evangelie te verkondigen is wel erg naïef. Uiteraard vertellen ontwerpers op hoorzittingen hun plannen. Hun evangelie verkondigen kun je ook formuleren als: 'ter verantwoording roepen' of: 'openheid van zaken te laten geven'.

De kloof tussen opvattingen van ontwerpers en docenten is ook een gevolg van het feit dat de docenten veel en veel te druk zijn met de dagelijkse lessen om zich voldoende te kunnen inleven in de nieuwe ideeën. Het lezen van goede artikelen, het bezoeken van hoorzittingen of het volgen van cursussen geeft hun de gelegenheid enigszins op de hoogte te komen en dan ook een oordeel te geven over de haalbaarheid van de plannen. In het verleden is dit wel degelijk zoveel gebeurd dat de suggestieve opmerkingen over een van boven opgelegd programma ook onjuist zijn. Dat ontwikkelaars volkomen ongeschikt zijn om mee te doen aan de besluitvorming is iets wat ik beslist niet zal onderschrijven.

De NVvW zal bijeenkomsten organiseren waar docenten geïnformeerd kunnen worden over het COW-werk. Op grond van wat dan bekend is van het nieuwe leerplan en examenprogramma zal de NVvW een commissie in het leven roepen die na zal gaan hoe onze kritiek op het plan moet worden geformuleerd. Docenten die willen meewerken om te denken over eventuele veranderingen in het plan, de realiseerbaarheid, relevantie en samenhang van het plan, zou ik willen aansporen zich te melden bij onze secretaris drs. J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.

▶ Regionale bijeenkomsten

De Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren organiseert in het najaar van 1990 regionale bijeenkomsten in tien verschillende plaatsen in Nederland over de veranderingen in het wiskunde-onderwijs in de eerste fase van het voortgezet onderwijs. De bedoeling is dat u op deze bijeenkomsten geïnformeerd wordt over de veranderingen die voor de deur staan. Iedereen die geïnteresseerd is, is van harte welkom op deze bijeenkomsten die steeds op twee dagen worden gehouden. U geeft zich dus op voor twee bijeenkomsten, een in oktober en een in november.

Op deze bijeenkomsten zal ook een voorlopig eindexamenprogramma wiskunde voor lbo/mavo C- en D-niveau gepresenteerd worden. Dit is de eersteversie van een eindexamenprogramma dat op grote schaal besproken zal worden. Het is de bedoeling om in het najaar van 1991 met een vernieuwde versie te komen. In de zomer van 1992 zal de COW dan het definitieve advies uitbrengen aan de minister. Uiteindelijk zal de minister van O&W beslissen over al dan niet gewijzigde invoering van de examen-programma's.
Op de bijeenkomsten zal ook informatie gegeven worden over de basisvorming en de kerndoelen voor wiskunde. Uiteraard zal de informatie zich moeten beperken tot wat op dat moment bekend is. Dat is mede afhankelijk van de stand van zaken van de parlementaire behandeling van de wetswijzigingen 'basisvorming'.
Op de bijeenkomsten kunt u zeker geïnformeerd worden over de richting waarin de veranderingen in het wiskunde-onderwijs gaan. Voor docenten wiskunde in de onderbouw van alle schooltypen (lbo, mavo, havo en vwo) zijn de bijeenkomsten interessant, maar het is ook voor de Vereniging en de COW van belang dat veel docenten (leden en niet-leden) deze bijeenkomsten bezoeken om hun mening te horen over de plannen voor verandering. De Vereniging is van plan om als vervolg op deze najaarsbijeenkomsten een of meer werkgroepen te vormen die de veranderingen van het onderbouwprogramma kritisch gaan volgen in de belangrijke

twee laatste jaren van het 12-16-projekt van de COW. Op deze manier hopen we vanuit de wiskundedocenten met een gedegen reactie te komen op de nieuwe plannen.

De bijeenkomsten worden gehouden van 15.00 h - 20.00 h te:

Plaats	Data
	Maandagen
GOES Buys Ballot College Bergweg 4 4461 NB GOES 01100-13010	1 oktober 1990 en 5 november 1990
GRONINGEN Zernike College Parkweg 128 9727 HD GRONINGEN 050-260345	1 oktober 1990 en 5 november 1990
UTRECHT KSG Lunetten Kampereiland 6 3524 CZ UTRECHT 030-883551	1 oktober 1990 en 5 november 1990
	Dinsdagen
ROTTERDAM City College EF 3021 AE ROTTERDAM 010-4770033	2 oktober 1990 en 6 november 1990
SITTARD Mr. N. Beckers Mavo Pres. Kennedysingel 20 6137 AC SITTARD 04490-12093	2 oktober 1990 en 6 november 1990
ZWOLLE SG Prof. Greydanus Campus 5 8017 CB ZWOLLE 038-652233	2 oktober 1990 en 6 november 1990
	Woensdagen
ALKMAAR Bram Daalder Mavo Rubenslaan 14 1816 MB Alkmaar 072-113438	3 oktober 1990 en 7 november 1990
ARNHEM Thorbecke SG Thorbeckestraat 17 6828 TS ARNHEM 085-423028	3 oktober 1990 en 7 november 1990
	Donderdagen
EINDHOVEN Ped. Techn. HS TU 't Eeuwsel 5600 AV EINDHOVEN 040-474904	4 oktober 1990 en 8 november 1990
LEEUWARDEN Mavo Nijlân Prinsessenweg 4 8931 EG LEEUWARDEN 058-884202	4 oktober 1990 en 8 november 1990

Aanmelding:

Iedereen die zich aanmeldt doet dat voor twee bijeenkomsten: een in oktober en een in november in dezelfde plaats.
Beide keren zal een eenvoudige maaltijd worden aangeboden.
De aanmelding sluit op 24 september 1990.

Leden NVvW
Aanmelding kan geschieden door overmaking van *f*15,– pp naar giro 143917 tnv NVvW te Amsterdam onder vermelding van naam, woonplaats en plaats van keuze.

Overige docenten wiskunde
Aanmelding door overschrijving van *f*25,– pp naar giro 143917 tnv NVvW te Amsterdam onder vermelding van naam, woonplaats en plaats van keuze.

• Verenigingsnieuws •

▶ Jaarvergadering/ Studiedag 1990

Tweede uitnodiging voor de jaarvergadering/studiedag 1990 op zaterdag 27 oktober 1990 in het gebouw van:
Het Nieuwe Lyceum, Jan Steenlaan 38, 3723 BV Bilthoven, tel. 030-28 30 60. Aanvang 10.00 h.

Agenda:
9.30 h - 10.00 h: Aankomst, koffie
10.00 h - 10.30 h: **Huishoudelijk Gedeelte**
a. Opening door de voorzitter, dr. J. van Lint.
b. Notulen van de jaarvergadering 1989 (zie Euclides nr. 5).
c. Jaarverslagen (zie Euclides).
d. Décharge van de penningmeester en benoeming van een nieuwe kascommissie.
Het bestuur stelt kandidaat *):
mw. drs. Th. J. de Poel, Amsterdam en dhr. T. Vandeberg.
e. Bestuursverkiezing in verband met het periodiek aftreden van: mw. H. Goemans-Wallis, C. Th. J. Hoogsteder en drs. J. W. Maassen.
Allen zijn herkiesbaar; het bestuur stelt hen kandidaat. *)
f. Vaststelling van de contributie 1991/1992.
Het bestuur stelt voor de contributie vast te stellen op *f* 55,–.

10.30 h - 15.45 h: **Themagedeelte** (studiedag)
15.45 h - 16.20 h: **Huishoudelijk Gedeelte**
g. Rondvraag.

* de periode om nieuwe kandidaten voor te dragen is verstreken; zie nr. 9 jg 65.

Programma Studiedag

Het thema van de studiedag is: *aansluiting op vervolgonderwijs*

10.30 h-10.40 h:	*Inleiding* op de studiedag
10.40 h-11.00 h:	*Lezing*: 'Aansluitingsproblemen die aan de universiteit ervaren worden' Prof. dr. J. J. Duistermaat
11.00 h-11.15 h:	Pauze, koffie, inschrijving op de groepen.
11.15 h-12.15 h:	*Keuzegroepen* (eerste ronde)
12.15 h-13.15 h:	Lunch
13.15 h-13.45 h:	Pauze, gelegenheid voor een wandeling, voor het bekijken van videofilms, of voor zomaar een praatje.
13.45 h-14.30 h:	*Lezing*: 'Discrete wiskunde, een afstudeerrichting die motiveert' Prof. dr. ir. H. C. A. van Tilborg
14.30 h-14.45 h:	Pauze koffie/thee
14.45 h-15.45 h:	*Keuzegroepen* (tweede ronde)

Nadere informatie over de inhoud van het programma vindt u op blz. 29 en 30.

Aanmelding

De studiedag is gratis voor leden, van niet-leden wordt een bijdrage in de kosten van *f* 15,– gevraagd.
Aanmelding (voor 23-10-'90) kan geschieden d.m.v.:
– een briefkaart (leden) aan de ledenadministratie;
– overmaking van *f* 15,– naar giro 143917 t.n.v. NVvW te Amsterdam, onder vermelding van 'lunch lid';
– overmaking van *f* 15,–, onder vermelding van 'deelnemer niet-lid';
– overmaking van *f* 30,–, onder vermelding van 'lunch niet-lid'.

Ter plaatse aanmelding kan, de prijzen worden dan verhoogd met *f* 5,–.

Vegetarische lunch:

Wie prijs stelt op een vegetarische lunch wordt verzocht dit bij de aanmelding op te geven.
Er zijn geen extra kosten aan verbonden.

▶ Studiedag 27 oktober 1990

Leen Bozuwa, Martin Kindt

Thema

Aansluitingsproblemen kom je in het onderwijs overal tegen, van kleuterschool tot universiteit en niet alleen bij het vak wiskunde. Voor dit vak lijken die problemen echter groter dan voor andere vakken, maar misschien dat alleen wiskundedocenten dat zo zien. Zodra leerlingen van schoolsoort wisselen, doemen er aansluitingsproblemen op. En zelfs ontstaan ze bij overgangen binnen één school, b.v. bij de overgang van de onderbouw naar de bovenbouw. Het is vanzelfsprekend dat in een tijd van veranderingen zoals die zich nu binnen het wiskunde-onderwijs voltrekken (HAWEX) of zich net voltrokken hebben (HEWET), die problemen extra belicht worden. Oorzaken zijn soms gemakkelijk aan te geven: het onderbouwprogramma is nog niet afgestemd op het bovenbouwprogramma – het project wiskunde van 12 tot 16 probeert daar verandering in te brengen – of het vervolgonderwijs is nog niet ingespeeld op de veranderingen.

Vragen

Of die oorzaken dan de enige zijn en hoe de problemen opgelost kunnen worden, zijn de volgende vragen.
Trouwens vragen te over die met aansluiting te maken hebben.

Welke wiskunde gebruik je op de meao of heao? Welke op de mts of hts? Gaan ze op die schoolsoorten uit van wiskunde die voor de studie nodig is of in de praktijk gebruikt wordt, of trachten ze gewoon aan te sluiten bij wat er op het voortgezet onderwijs gedaan wordt?
Waar kunnen wiskundedocenten verwijzen naar een stukje toepasbaarheid van de schoolwiskunde in het beroepsonderwijs?

Is het een gevolg van de veranderingen binnen het wiskundeprogramma dat nog zo weinig leerlingen voor een universitaire wiskundestudie kiezen, of is dat een maatschappelijk verschijnsel? Zo van: wiskunde is alleen maar een hulpvak en je kunt er later alleen maar je brood mee verdienen als je leraar wordt. Zelfs leerlingen die voor de wiskunde-studie kiezen, zijn zich er vaak maar nauwelijks van bewust dat wiskunde, ondanks zijn hoge ouderdom, een springlevend vak is, waarin zich nog steeds echte nieuwe ontwikkelingen voordoen en dat de maatschappij dus mensen nodig heeft die daaraan meedoen.

Lezingen

Er zijn twee lezingen. De eerste lezing wordt gehouden door prof. dr. J. J. Duistermaat en vormt eigenlijk de inleiding tot de studiedag. Hij vertelt daarin over de aansluitingsproblemen zoals men die ervaart aan de universiteit. Sommige daarvan zijn misschien overdraagbaar naar andere vervolgopleidingen, maar er zijn er zeker ook bij die specifiek voor de universiteit zijn. Ook zijn er problemen bij waar het vo weinig aan kan of moet doen en waarvoor het vervolgonderwijs zelf oplossingen moet vinden.
De tweede lezing wordt gehouden door prof. dr. ir. H.C.A. van Tilborg en gaat over discrete wiskunde. "Discrete wiskunde" is een van de belangrijke afstudeerrichtingen, vol met allerlei leuke en eenvoudig uit te leggen problemen. Bovendien is het waarschijnlijk een tamelijk onbekend gebied voor vele leraren.

Keuzegroepen:

1 Aansluitingsproblemen bij de overgang van vwo naar wo vinden hoofdzakelijk hun oorzaak in de attitude t.a.v. de wiskunde. Als de houding meer op inzicht, begrijpen gericht is dan op "hoe moet het", dan zijn er nauwelijks problemen; ook niet bij eventuele lacunes in voorkennis. Een en ander wordt aan voorbeelden toegelicht. (Prof. dr. F.H. Simons)
2 Wiskunde als zelfstandig creatief vak, zelfs leerlingen die voor een wiskundestudie kiezen, zijn zich daar nauwelijks van bewust. "Bewijzen" is iets waar eerste-jaars vaak heel vreemd tegenaan kijken, het moet van de grond af aan geleerd worden. Vrijwel geen enkele student wil leraar worden, waar komt dat vandaan? (Leo Kalmijn)
3 Hto "Overwogen keuze, gewone keuze" is een project binnen het hto dat zich richt op de aansluitings-problematiek. Het project beoogt een vergroting van de instroom van havo naar het hbo en een rendementsverbetering van met name havo-ers binnen het hto (Mevrouw G.M. ten Hoope-van Dam)
4 Aansluitingsproblemen mavo – meao. (Mevr. Evenhuis)
Wat behoort er tot het wiskundeprogramma van het meao. Deelnemers kunnen aan de hand van een aantal opdrachten kennis maken met enkele onderdelen van dit programma.
5 Heao. Welke leerstofonderdelen moet een student heao beheersen en hoe kunnen deficiënties worden weggewerkt? Wat is de inhoud van het wiskunde-programma voor de propadeuse studenten en wat voor de verschillende studierichtingen in de hogere leerjaren? (Douwe Prinssen)
6 Pabo Aan de orde zullen komen:
– de inhoud van het programma op de pabo en de eisen van toelating.
– de kwaliteit van de opleiding en het zwalkende politieke beleid. Deze punten zullen toegelicht worden met praktijkvoorbeelden en onderzoeksresultaten. (W. van de Geer)
7 Bo – vo Het rekenonderwijs op de basisschool heeft zich gedurende de laatste 20 jaar sterk vernieuwd. In de "Proeve van een nationaal Programma voor het reken/wiskundeonderwijs op de basisschool" worden de eindtermen beschreven, van voorbeelden voorzien en didaktisch toegelicht. In 1988 is door het CITO een grootscheeps onderzoek uitgevoerd naar de feitelijke opbrengsten van het rekenonderwijs.
De kernpunten die behandeld zullen worden zijn:
– Wat kunnen wij verwachten van het prestatieniveau van de leerlingen die het bo verlaten?
– Wat zou het vo kunnen doen om de aansluiting met het rekenen op de basisschool zo goed mogelijk te laten verlopen? (Willem Uittenbogaard)
8 Havo – vwo Met de komst van twee programma's wiskunde (A en B) op het havo lijkt een goede aansluiting naar het vwo gewaarborgd. Echter, zo eenvoudig is de situatie ook weer niet. Het havo-A programma bevat bijvoorbeeld geen formele differentiaalrekening en dat kan een hindernis zijn voor de leerling die overstapt naar vwo-A. Hoe overbrugbaar is die kloof in de praktijk en hoe gemakkelijk of hoe moeilijk kunnen leerlingen met havo-B doorstromen naar vwo-B (of A)? (H. van der Kooy en A. Roodhardt)
9 Mavo/lbo – havo en onderbouw – bovenbouw, stand van zaken bij COW. Dat die aansluiting momenteel niet ideaal is, spreekt vanzelf, maar hoe wordt dat straks? Een kijkje in de keuken van de COW aan de hand van de experimentele mavo/lbo examens. (Wim Kuipers en Wim Schaafsma)

Doorlopende voorstelling

Gedurende een groot deel van de dag is er een doorlopende presentatie van videobanden van de universiteit van Eindhoven. Men kan kijken naar een band die een indruk geeft van wat het vak van wiskundige inhoudt en hoe de studie je daar op voorbereidt en naar banden over het vak informaticus en de opleiding daarvan. Beide banden zijn toegespitst op de Eindhovense situatie, maar grote delen zijn overdraagbaar op andere universitaire opleidingen voor wiskunde en informatica.

● Recreatie ● ● ● ●

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Jan de Geus, Valkenboslaan 262-A, 2563 EB Den Haag.

▶ Opgave 620

Wedstrijdschema's zijn er in allerlei soorten: voor voetbal, voor bridge, voor tafeltennis als er ook iemand moet tellen.
Op de verjaardag van Remco, m'n zoontje, moest ik een schema maken dat ik nog niet eerder ben tegengekomen. De laatste paar jaar neem ik de kinderen op zo'n dag mee naar de computerruimte op school. Op de P.C.'s mogen ze dan spelletjes spelen. Zo kun je kinderen van 10 jaar een hele middag bezighouden! Ik wilde er echter deze keer een competitie-element in bouwen: ieder kind speelt één keer tegen elk ander kind. Er zijn dus voor deze 10 kinderen (1, 2, 3, ..., 10) negen rondes (I, II, III, ..., IX) nodig. Kinderen op deze leeftijd willen steeds iets anders, dus ik wil dat elk kind steeds een ander spelletje speelt. Er zijn dus minstens 9 spelletjes (A, B, C, ..., I) nodig.
(Bijvoorbeeld: 2 kinderen flipperen samen en nu mogen ze daarna niet meer flipperen en ook niet meer tegen elkaar een ander spel spelen).
Gelukkig heb ik negen computers tot mijn beschikking, zodat elk spelletje de hele middag aanbleef. Het was een fijne middag, waarbij de kinderen echt genoten!
Hoe zag het complete schema eruit?
(Met dank aan *Jacques Haubrich*, Eindhoven voor het idee!)

(Nog een tip:
Het computer netwerk maakt bij het opstarten automatisch een RAMdisk van 315 Kilobytes. Hierop copieer ik tijdens de lessen informatiekunde PCfile, PCcalc of Wordperfect 4.2. Deze programma's zijn dan opeens RAZENDSNEL. Met de Open Dag en bij spelletjes copieer ik dan de programma's naar deze G:-drive. Mocht een spelletje 'zoek zijn', dan is 't weer direct te laden).

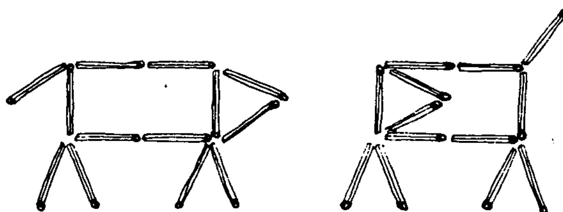
Op veler verzoek start ik met deze puzzel een ladderwedstrijd. Maximaal 5 punten per keer. Elke inzending levert dus punten op. Per puzzel verloot ik onder de 'toppers' één boekenbon van *f*25,–. De inzendtermijn is altijd één maand.

Opmerkingen, kritiek, nieuwe puzzels, literatuurbronnen, nieuw uitgebrachte puzzelboeken: alles is welkom op bovenstaand adres.

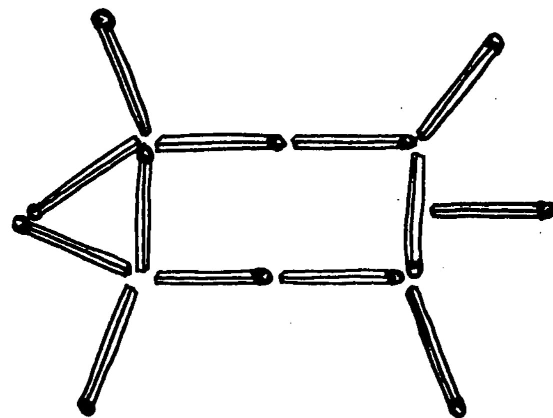
▶ Oplossing 617

Nog steeds verschijnen er boeken met enkel luciferproblemen. In 1987 verscheen een herdruk van Sophus Tromholt 'Streichholzspiele, Denksport und Kurzweil' uit 1909.
In 1989 verscheen een prachtig uitgevoerd boek van Michael Schuyt: 'Phantastische Zündholz Spiele. Mit magnetischem Spielbrett für Freizeit, Urlaub und Reise'.

Luciferpuzzels kinderachtig? Waarom heb ik dan deze maal zoveel foute oplossingen ontvangen?
De lucifers lagen in de vorm van een hondje dat naar links liep, *met z'n staart in de lucht*. Verplaatst twee lucifers zodat hij naar rechts kijkt. Velen zonden de foutieve linker figuur in. "Bello, die z'n ongeluk tegemoet loopt! Van de hand gewezen dus", zoals *N. H. M. Alink*, uit Enschede toelichtte.
De goede oplossing is het vrolijke rechter hondje.



Daarná schrok Bello, zette het op een lopen en stierf in een heroïsch gevecht. Dit is te bereiken door vanuit de beginstand slechts twee lucifers te verleggen:



Deze maal verschillende nieuwe inzenders. Ook kreeg ik, voorzover ik het uit de tekst kon opmaken, van een aantal leerlingen een oplossing. Leuk!
Na loting ontvangt *Erik van Nieuwenhoven*, Pontilijn 10, 2728 BM Zoetermeer de boekenbon van *f*25,–.
Veel plezier ermee!

Boekbespreking

D. H. Griffel: *Linear algebra and its applications,*
volume 1: a first course; 290 blz.; £ 16,95,
volume 2: more advanced; 223 blz.; £ 16,95;
Ellis Horwood Series in Mathematics, John Wiley & Sons.

Samen vormen deze twee delen een uitgebreide inleiding in de lineaire algebra. Zo maken we in deel 1 kennis met Vectoren en Matrices; Lineaire Vergelijkingen; Vectorruimten en Lineaire Transformaties; Determinanten, Eigenwaarden en Diagonalisatie van matrices.
Deel 2 behandelt Basistransformaties; Inproduktruimten en Geadjungeerde operatoren. Het laatste hoofdstuk is gewijd aan minder voor de hand liggende onderwerpen: Kleinste Kwadraten; Pseudo-inversen en Dualiteit.
Naast het ontwikkelen van de theorie in een prettig leesbare stijl is de auteur erin geslaagd diverse verrassende toepassingen te beschrijven. We noemen er enkele:
De theorie van Kleur-perceptie en Kleurenblindheid als vectorruimte en lineaire deelruimten; een stelling van Gershgorin over eigenschappen van eigenwaarden; de rol van eigenoplossingen in vibrerende systemen; foutcorrigerende codes; diverse toepassingen in numerieke methoden.
Verspreid door de tekst zijn oefeningen geplaatst. Oplossingen zijn samengebracht in een appendix. Verder bevat elk hoofdstuk een forse verzameling opgaven, deels voorziens van uitwerkingen of hints.
Al met al een tweetal uitstekende leerboeken voor het vak lineaire algebra.

Harm Bakker

Mededelingen

Cursussen voor wiskundeleraren

De Faculteit Educatieve Opleidingen, Hogeschool Katholieke Leergangen Tilburg verzorgt in het cursusjaar 1990/1991 de volgende cursussen voor wiskundeleraren:

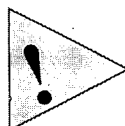
– Studiedag 'Computers en wiskunde, onderbouw',
24 oktober 1990, 7 maart 1990.
– Studiedag 'Computers en wiskunde, bovenbouw',
24 oktober 1990, 7 februari 1991.
– Workshop 'Proefwerken en schoolonderzoeken vwo wiskunde A/B'
22 en 29 november, 6 en 13 december 1990.
– Workshop 'Proefwerken en schoolonderzoeken havo wiskunde A/B',
10, 17, 24 en 31 januari 1991.
– Methoden analyse en -keuze,
datum in overleg.
– Grafentheorie,
5 bijeenkomsten van 10 september t/m 8 oktober 1990.

Nadere informatie: 013-39 44 03.

De RU Leiden en de TU Delft bieden in het schooljaar 1990/1991 de volgende cursussen voor wiskundeleraren aan.
De cursusbijeenkomsten worden steeds op dinsdagmiddag gehouden. Bij voldoende belangstelling worden de cursussen zowel in Delft als in Leiden gegeven.

– HAWEX-kort,
6 × $3\frac{1}{2}$ uur, om de twee à drie weken, vanaf 18 september.
– Wiskundelessen met de computer,
8 × 3 uur, ongeveer om de vier weken, vanaf 25 september.
– Meetkunde van Euclides tot CAD,
6 × $3\frac{1}{2}$ uur, ongeveer om de vier weken, vanaf 2 oktober.
– Havo-wiskunde en hbo,
6 × $2\frac{1}{2}$ uur, om de twee à drie weken, vanaf 8 januari 1991.
– Didactiek van de Meetkunde,
5 × 3 uur, ongeveer om de vier weken, vanaf 29 januari 1991.

Nadere inlichtingen bij mevr. I. C. Leenstra, Coördinatie Nascholing, Postbus 5555, 2300 RB Leiden, tel. 071-27 40 16.



Kalender

7 september 1990: Eindhoven, Tweede ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade.
8 september 1990: Amsterdam, 7e Open Dag Wetenschappelijk Centrum Watergraafsmeer. Zie de mededeling op blz. 24.
12 september 1990: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
1, 2, 3, 4 oktober: Diverse plaatsen, Regionale bijeenkomsten NVvW over de eerste fase voortgezet onderwijs. Zie blz. 26 en 27.
6 oktober 1990: Utrecht, Landelijke dag werkgroepen 'Vrouwen en Wiskunde' en 'Vrouwen en Natuurwetenschappen'. Zie blz. 6.
10 oktober 1990: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
27 oktober 1990: Bilthoven, Jaarvergadering/Studiedag NVvW. Zie blz. 28 t/m 30 van dit nummer.
5, 6, 7, 8 november 1990: Diverse plaatsen, Regionale bijeenkomsten NVvW over de eerste fase voortgezet onderwijs. Zie blz. 26 en 27 van dit nummer.
14 november 1990: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.

Inhoud